

PEDAGOGIA CRITICA E DIDATTICA EMANCIPATIVA DELLA MATEMATICA. A PARTIRE DA PAULO FREIRE.



DEMETRIO RIA
Università del Salento
demetrio.ria@unisalento.it

Abstract

Paulo Freire argues that knowledge has a dynamic status and that there is no dichotomy between objectivity and subjectivity, or between reflection and action. He believes that knowledge is not neutral, it is constantly created and recreated as each agent reflects and operates in and on the world. Knowledge, therefore, is not permanently fixed in the abstract properties of objects. It is the result of a process in which acquiring existing knowledge and producing new ones are but two moments of a single movement (Freire, 1982). In addition, knowledge requires arguments not just objects to know, the latter are necessary, but not sufficient. The role of the subject is important because without the curious presence of subjects in front of the world one could not generate knowledge. Subjects are actors in the transformation of reality so in the learning process, the only person who truly learns is the one who re-invents that learning (Freire, 1973, p.101). As humans we change, so also the knowledge we produce.

Freire's theory obligates math teachers to probe the non-positivist meaning of mathematical knowledge. Issues such as the importance of quantitative reasoning in the development of critical consciousness or the ways in which anxiety in mathematics helps to support hegemonic ideologies are aspects of an extremely productive conceptual overturn. By focusing our attention on the interrelations between our concrete practice of daily teaching and the wider ideological and structural context we could re-read the emancipative view of the contribution of mathematical education oriented towards the progress of social humanization.

Keyword: Emancipative Didactics of Mathematics, Critical Pedagogy, Research Methodology, Didactics Epistemology, Generative Pedagogy.

Sunto

Paulo Freire sostiene che la conoscenza ha uno status dinamico e che non esiste alcuna dicotomia tra l'oggettività e la soggettività, o tra riflessione e azione. Ritiene che la conoscenza non sia neutrale, essa è costantemente creata e ricreata in quanto ogni agente riflette e opera nel e sul mondo. La conoscenza, quindi, non è permanentemente fissata nelle proprietà astratte degli oggetti. È frutto di un processo in cui acquisire conoscenze esistenti e produrne di nuove altro non sono che due momenti di un unico movimento (Freire, 1982). Inoltre, la conoscenza richiede argomenti non soltanto oggetti da conoscere, questi ultimi sono necessari, ma non sufficienti. Il ruolo del soggetto è importante perché senza la curiosa presenza dei soggetti di fronte al mondo non si potrebbe generare conoscenza. I soggetti sono attori della trasformazione della realtà così nel processo di apprendimento l'unica persona che veramente apprende è colui che re-inventa quell'apprendimento (Freire, 1973, p.101). Come esseri umani cambiamo, così anche la conoscenza che produciamo.

La teoria di Freire obbliga gli insegnanti di matematica a sondare il significato non-positivista della conoscenza matematica. Temi come l'importanza del ragionamento quantitativo nello sviluppo della coscienza critica o i modi con cui l'ansia della matematica aiuta a sostenere ideologie egemoniche sono aspetti di un ribaltamento concettuale estremamente produttivo. Focalizzando la nostra attenzione sulle interrelazioni tra la nostra pratica concreta d'insegnamento quotidiano e il più ampio contesto ideologico e strutturale potremmo rileggere in un'ottica emancipativa il contributo della educazione matematica orientata al progresso dell'umanizzazione sociale.

Parole chiave: Didattica emancipativa della matematica, Pedagogia critica, Metodologia della ricerca, Epistemologia della didattica, Pedagogia generativa.

Introduzione

Il cambiamento sociale emancipante si fonda sulla concreta presa di coscienza che i fatti umani sono sottoposti a un processo di controllo politico-economico che tende a oscurare la realtà con la costruzione di verità altre, politiche, economiche e sociali. Una condizione necessaria anche se non sufficiente per ottenere una più reale visione critica e democratica delle strutture economiche, politiche e sociali della nostra società, è quella di sviluppare la conoscenza della matematica e della statistica. Inoltre, sviluppare la didattica critica della matematica significa sostenere abiti mentali più aperti e performanti. Quando sviluppiamo strategie specifiche per un'educazione emancipatoria, è vitale che venga inclusa anche l'alfabetizzazione matematica e statistica. Spesso, poi, la statistica viene lasciata all'uso di "esperti" perché si pensa che sia troppo difficile da comprendere per la maggior parte delle persone.

Allo scopo di creare un approccio all'educazione matematica tale che possa condurre a un maggiore controllo sulla conoscenza e produca sviluppo della coscienza critica, diviene importante avere un'appropriata teoria pedagogica. Una teoria che possa guidare e illuminare pratiche specifiche in classe. In questo senso, consideriamo in premessa che la "Pedagogia degli oppressi" di Paulo Freire possa fornire la base teorica di una pratica educativa che promuova la coscientizzazione e la emancipazione degli allievi. In un duplice movimento, di seguito individueremo prima il fondamento epistemologico, e poi quello metodologico di questa pratica.

Lo scienziato-educatore brasiliano sviluppa la sua architettura epistemologica partendo proprio dall'analisi del rapporto tra educazione e trasformazione sociale. Da questo rapporto ricava una metodologia per sviluppare la coscienza critica. L'argomento fondante che utilizza è quello che l'educazione critica comporta approcci aperti in cui tutti i soggetti coinvolti si impegnano a riconsiderare e ricreare le loro conoscenze precedenti. Un processo che in realtà non conduce a "formule definitive", neppure quando orientato alla liberazione.

L'epistemologia di Freire, è noto, nasce già in diretta contrapposizione al paradigma positivista. I positivisti consideravano la conoscenza completamente disgiunta dal suo uso. L'apprendimento è considerato come la scoperta di fatti statici dai quali ricavare una descrizione e una classificazione (Bredo & Feinberg, 1982). Sotto l'ipotesi che la conoscenza sia oggettiva e senza valore sono sepolte molte questioni. Ad esempio, Freire sostiene l'importanza della costruzione sociale della conoscenza e gli interessi costitutivi dietro la selezione e la scelta. Come pure, è estremamente rilevante l'organizzazione e la valutazione dei "fatti bruti". Per i positivisti, invece, le informazioni o i "dati" presi dal mondo soggettivo dell'intuizione, dalla filosofia e dai quadri teorici non scientifici, spesso vengono riconosciuti come irrilevanti. I valori sono visti, nel migliore dei casi, come interessanti anche se non scientifici, nel peggiore come risposte emozionali irrazionali e soggettive (Giroux, pp.43-44). Al contrario, Paulo Freire insiste

nell'attribuire alla conoscenza uno status dinamico e che non esiste alcuna dicotomia tra l'obiettività e la soggettività, o tra riflessione e azione. Ritiene che la conoscenza non sia neutrale, essa è costantemente creata e ricreata in quanto ogni agente riflette e opera nel e sul mondo. La conoscenza, quindi, non è permanentemente fissata nelle proprietà astratte degli oggetti. È frutto di un processo in cui acquisire conoscenze esistenti e produrne di nuove altro non sono che due momenti di un unico movimento (Freire, 1982). Inoltre, la conoscenza richiede argomenti, non soltanto oggetti da conoscere. Questi ultimi sono necessari, ma non sufficienti. Il ruolo del soggetto è importante perché senza la curiosa presenza dei soggetti di fronte al mondo non si potrebbe generare conoscenza. I soggetti sono attori della trasformazione della realtà. Così nel processo di apprendimento l'unica persona che veramente apprende è colui che reinventa quell'apprendimento (Freire, 1973, p.101). Negare l'importanza della soggettività nel processo di trasformazione del mondo significa ammettere l'impossibile. Vale a dire l'esistenza di un mondo senza persone (Freire, 1970a, pp.35-36). In quanto esseri umani cambiamo, così anche la conoscenza che produciamo. Attraverso la costante ricerca e il dialogo possiamo raffinare continuamente la nostra comprensione, nel senso che impariamo ad agire nel mondo in modo più efficace. Questa attività e la riflessione su di essa conduce a una nuova azione. Non si tratta di momenti separati. La riflessione che non sia in ultima analisi accompagnata dall'azione trasformatrice non ha significato, è soltanto alienante retorica. L'azione, quando non viene analizzata in modo critico non può sostenere cambiamenti progressivi. Senza riflessione le persone non possono imparare dai successi e dagli errori reciproci. Solo attraverso la pratica – intesa come riflessione e azione che interagiscono dialetticamente per ricreare la realtà – le persone possono diventare soggetti attivi e partecipanti dell'organizzazione della loro società. Va da sé che questa prassi non può essere neutrale. Per Freire, lo scopo della conoscenza è che le persone si umanizzino superando la disumanizzazione attraverso la risoluzione della contraddizione fondamentale della nostra epoca: quella tra dominazione e liberazione¹.

Un concetto aggiuntivo che illumina l'epistemologia di Freire è la “dialettica”. Anche qui ci aiuta il lavoro di Giroux, seguendo il quale possiamo analizzare e sintetizzare alcune dimensioni operative fondamentali. Secondo l'autore americano, Freire opera un processo di operazionalizzazione della dialettica lungo quattro assi: la totalità, la mediazione, l'appropriazione e la trascendenza. La dialettica della totalità postula la comprensione di qualsiasi fatto o situazione in un contesto storico, socioeconomico, politico e culturale. Così, quando conosciamo un particolare aspetto del mondo, dobbiamo preoccuparci delle sue relazioni causali. Occorre chiarire le sue connessioni ad altri fenomeni, chi beneficia della sua continuità e come si relaziona alla nostra umanizzazione o disumanizzazione. Inoltre, è opportuno riflettere che, mentre esploriamo queste domande, le risposte che tentiamo di formulare sono mediate. Assumono un ruolo

¹ In sostanza, per Freire essere umani significa poter capire il mondo e intraprendere azioni per cambiarlo. Diventare pienamente umani significa intraprendere fattivamente questa azione, partecipare attivamente al movimento dall'oggetto al soggetto. È questo senso di umanizzazione attraverso la pratica che definisce l'ontologia di Freire (Glass, 2001, Roberts, 2003) ed anche la sua epistemologia e pedagogia.

mediante le strutture istituzionali della società, le nostre storie individuali, la nostra psicologia profonda, le nostre attuali relazioni e i dettagli specifici del momento concreto in cui siamo coinvolti. La dialettica di mediazione ci aiuta a svelare gli strati di forze oggettive e soggettive attraverso le quali costruiamo i significati. La dialettica dell'appropriazione focalizza la nostra attenzione sull'azione umana, in particolare per Freire, su come le azioni della gente perpetuano e/o sfidano le relazioni di dominio che marcano la società. Di conseguenza, la conoscenza critica comporta la scoperta dei limiti e delle possibilità delle nostre azioni per trasformare il mondo. Infine, la dialettica della trascendenza unisce la responsabilità dell'azione con la teoria. Rifiutando di accettare il dominio come un "dato" dell'esistenza, utilizziamo la nostra conoscenza del mondo per ricostruire la società in modo che sia più libera (Giroux, 1981, p.122). Pertanto, la dialettica come modalità di analisi non solo chiarisce la natura critica della conoscenza, ma fa anche riferimento alle connessioni tra il "sapere critico" e il cambiamento sociale emancipante.

L'epistemologia di Freire e il significato delle conoscenze basilari di matematica e statistica

Nella elaborazione di una pedagogia critica dobbiamo considerare sia il contenuto, sia i metodi. Il contenuto emancipativo presentato in modo non liberante, riduce le intuizioni critiche a parole vuote che non possono aiutare nella sfida della realtà ingaggiata dagli studenti e neppure ispirare l'impegno a cambiare radicalmente. I metodi umanistici senza contenuto critico possono far sì che gli studenti "si sentano bene", ma non li sostengono nel loro diventare soggetti in grado di utilizzare conoscenze critiche per trasformare il loro mondo. Freire è convinto che il contenuto di un'istruzione per la coscienza critica debba essere sviluppato ricercando con gli studenti le idee e le esperienze che danno senso alla loro vita (Freire, 1970a, p.118). Questi "temi" - che riempiono di significato l'esistenza - dovrebbero essere organizzati e "ri-espressi" dialetticamente. Così possono essere rese evidenti le relazioni tra loro, il legame con la totalità delle idee, il contesto storico, il rapporto con la comunità, e la loro ragione di esistenza. Solo quando le persone riconoscono questi temi in modo critico, si rendono conto di come questi argomenti sostengono o contraddicono le ideologie dominanti. Possono comprenderne il processo di "disumanizzazione" (Freire, 1970a, p. 28) a cui sono sottoposti. In questo senso l'alfabetizzazione diventa una parte importante di un curriculum liberatorio. La lettura consente alle persone di ottenere una adeguata distanza dalle concreta immediatezza della loro esistenza quotidiana. La distanza permette di comprendere meglio la loro vita e, a sua volta, la forma del mondo (Freire, 1983, p. 11). Inoltre lo studio del linguaggio è vitale perché è il vero oggetto d'indagine. Infatti, il linguaggio esprime il pensiero con cui le persone si relazionano, i livelli in cui percepiscono quella realtà ed esprimono la loro prospettiva del mondo. Questa è la visione antropologica della "cultura". Una nuova relazione tra mondo della natura e mondo della cultura. La cultura come il plus valore fatto da persone a un mondo che non hanno creato. La cultura come risultato del lavoro umano, degli sforzi degli uomini per creare e ricreare. In breve,

il ruolo delle persone come soggetti del mondo e nel mondo (Freire, 1973, p. 46). Attraverso questa rilettura in chiave dialettica della relazione natura-cultura le persone hanno compreso che sono già impegnate in molte azioni che trasformano la natura in cultura. Pertanto, se comprendono che hanno cambiato la natura - che non hanno creato -, allora possono chiedersi perché non possono cambiare le istituzioni che invece hanno costruito? (Freire, 1982). In quest'ottica, qualunque tema emerga può essere contenuto di un curricolo liberatorio, e Freire insiste affinché si considerino ugualmente i contenuti e i metodi con cui tutti gli attori sociali co-indagano e intervengono su queste idee².

Freire è altrettanto insistente sul concetto di "educazione dialogica", che non significa che gli insegnanti siano solo "presenze passive e accidentali" (Freire, 1982). L'ascolto degli studenti, nell'intento di valorizzare i loro processi di ragionamento, è finalizzato tra l'altro alla ricerca di temi che gli insegnanti possono poi organizzare e presentare come problemi che sfidano le impressioni precedenti degli studenti. Gli insegnanti potranno così suggerire anche temi che giudicano importanti così potranno esprimere autorevolezza senza tuttavia essere "superiori", "prevaricanti", "totalizzanti". Infatti, quello che Freire cerca nella pratica didattica non è una neutralità illusoria, né una spontaneità vana. Egli desidera sviluppare e sostenere la partecipazione democratica degli studenti nell'atto di conoscenza, di cui essi stessi sono soggetti (Freire, 1981, p. 28).

I tradizionali programmi di problem solving isolano e semplificano aspetti particolari della realtà per dare agli studenti la pratica in determinate tecniche. Freire desidera rivelare le interconnessioni e la complessità delle situazioni della vita reale. Nella quotidianità i problemi spesso non vengono risolti, ma ci viene concesso di raggiungere solo una migliore comprensione della loro natura (Connolly, 1981, p. 73).

Freire obbliga anche gli insegnanti di matematica a sondare il significato non-positivista della conoscenza matematica. Riconoscere l'importanza del ragionamento quantitativo nello sviluppo della coscienza critica. Comprendere i modi con cui l'ansia della matematica aiuta a sostenere ideologie egemoniche e le connessioni tra il nostro curriculum specifico e lo sviluppo della coscienza critica. Inoltre, contribuisce in modo decisivo nella lotta per l'umanizzazione focalizzando la nostra attenzione sulle interrelazioni tra la nostra pratica concreta d'insegnamento quotidiano e il più ampio contesto ideologico e strutturale³.

² Anche se la sua metodologia è stata sviluppata per i contadini di vari paesi del Terzo Mondo, questa è importante anche per gli insegnanti nei Paesi sviluppati. In particolare l'impegno per una educazione dialogica e non "bancaria" (La traduzione italiana più corretta del termine dovrebbe essere "depositaria"; qui si è scelto di utilizzare "bancaria" per sottolinearne l'orizzonte finanziaristico che ha assunto in molti contesti, anche in quello italiano). Per una discussione delle specifiche condizioni in Brasile sotto le quali Freire ha sviluppato la sua teoria e pratica, vedere Barnard (1981). Per una presentazione dettagliata della metodologia si rimanda a Freire, 1973, in particolare pp. 41-84.

³ Anche se questo documento si concentra sulle nozioni di base, la teoria di Freire può accendersi in altre aree di conoscenza matematica. Alcune di queste connessioni sono suggerite dalle idee sulla natura della conoscenza matematica astratta in Gordon (1978) e Kline (1980). In particolare Kline, nella sua Introduzione, cita Hermann Weyl, uno dei matematici più importanti del XX° secolo. Quest'ultimo sosteneva che matematizzare potrebbe essere un'attività creativa dell'uomo, come il linguaggio o la musica. Per un approfondimento si rimanda a Ria D. (2005).

Tutte le persone riflettono in una certa misura sulle loro pratiche. Il lavoro mentale e quello manuale non possono mai essere completamente disgiunti. Anche gli insegnanti di matematica⁴ spiegando la “disposizione del campionamento della media” considereranno modi in cui gli studenti non lo confondano con una distribuzione di punteggi all'interno di un campione. Va da sé che studiare la teoria approfondisce la natura di queste riflessioni. In particolare, ritengo che il quadro teorico cambi la profondità e i tipi di domande che si considerano quando si pensa alla pratica.

Il “senso comune” supportato dai mass media e dalla maggior parte degli scienziati sociali accademici ci porta a considerare la conoscenza matematica come una scatola piena di fatti neutri. Inoltre, è abbastanza radicata l'idea che questi fatti siano scoperti e non creati dalle persone attraverso le loro interazioni con il mondo. La vera questione, sostiene Freire, è altra. Egli ritiene fondamentale il rapporto tra soggettività e oggettività nella produzione di conoscenze matematiche. Ad esempio, un corso come “Statistica per le scienze sociali” offre molte opportunità per esaminare come la scelta soggettiva sia coinvolta nella descrizione e nella raccolta dei dati e nel fare inferenze sul mondo. Il concetto di conoscenza critica di Freire ci indirizza a esplorare non solo come le statistiche siano orientate e sagittali, ma perché e quale è il loro interesse. È esperienza abbastanza comune, ad esempio, che le statistiche ufficiali siano molto più utili ai conservatori piuttosto che ai radicali. Né è un caso che, nonostante le debolezze tecniche dei test di significatività, molte applicazioni informatiche siano sprovviste di adeguati pacchetti di analisi. Ad esempio, spesso mancano di procedure adeguate per calcolare la stima, e in alternativa permettono il calcolo della significatività con strumenti che utilizzano criteri statistici⁵.

La conoscenza statistica può essere analizzata criticamente esaminando i fini e i metodi di raccolta dei dati, le descrizioni e le inferenze sottostanti e considerando le intuizioni teoriche anche su un piano storico e filosofico. In questa direzione Giroux estende, attraverso l'analisi storica, la nostra attenzione alla combinazione di fattori strutturali e individuali che informano la produzione di questa conoscenza⁶. Egli sostiene che proprio la categoria della trascendenza insiste sul fatto che non si possono solo criticare le statistiche esistenti, ma che occorre anche esplorare come queste potrebbero essere prodotte in linea con il processo di umanizzazione⁷.

⁴ Anche quelli che non hanno mai sentito parlare di Freire o di Polya (1957, 1981).

⁵ Su questi temi sono ancora molto interessanti i contributi di J. Irvine, I. Miles, & J. Evans (1979) e Horwitz, L. & Ferleger (1980).

⁶ Ad esempio, un fattore interessante è dato dalle pressioni sui ricercatori compiute da riviste che accettano solo gli articoli che riportino risultati significativi frutto di analisi statistiche. Così, ad esempio, un ricercatore può produrre e pubblicare per caso un risultato statisticamente significativo, nonostante ci siano molti altri utenti che, pur studiando lo stesso problema non ritengono di poter individuare una risposta statisticamente accettabile. Ovviamente, non accettando questi lavori e, quindi, non pubblicandoli, non si genera alcun dibattito critico tra le diverse posizioni e ciò fa apparire solida la risposta dettata dal mero caso. Questo tema, particolarmente attuale oggi, era già noto in ambito anglofono, ne parlavano già alla fine degli anni '70 del secolo scorso autori come Atkins e Jarret (1979).

⁷ Lungo questa linea, Griffiths, Irvine, e Miles (1979) suggeriscono che nuove tecniche statistiche per la raccolta dei dati possono essere sviluppate, aprono la strada alla Q methodology. Per esempio, le indagini interattive potrebbero, al posto di trattare intervistati come oggetti passivi

Didattica della Matematica e cambiamento sociale liberatorio

Uno degli ostacoli che l'educazione matematica critica deve superare è il suo fattore ansiogeno. Una popolazione analfabeta matematicamente può essere convinta, per esempio, che i programmi di assistenza sociale sono responsabili del crollo degli standards di vita. Un fattore significativo nella accettazione delle ideologie egemoniche è che le persone non riconoscono le mistificazioni matematiche che in una società industriale avanzata costituiscono supporti vitali per la sopravvivenza del sistema. In queste società, il razionale piuttosto che l'irrazionale, diventa il veicolo più efficace di mistificazione. L'educazione matematica tradizionale sostiene le ideologie egemoni della società attraverso ciò che Giroux chiama i "silenzi strutturati". Anche le applicazioni per la matematica, persino le più banali come quelle usate per uno scontrino di generi alimentari, trasmettono messaggi ideologici. Ad esempio, lo scontrino trasmette l'idea che pagare per il cibo è naturale e che la società può essere organizzata solo in modo tale che la gente acquisti da mangiare nei negozi di alimentari. In questo senso Freire ricorda che persone che non sono consapevoli della ragion d'essere della loro situazione, tendono ad accettare fatalisticamente il loro sfruttamento.

Gli insegnanti e gli studenti devono considerare le cause che favoriscono l'ansia della matematica e farsi carico gli uni degli altri, come parte dello sviluppo di una didattica critica della matematica⁸. Le cause possono essere diverse, immediate, pedagogiche, o anche di situazione. Ad esempio, imparare a memoria senza senso argomenti che sono estranei all'uso pratico e reale della matematica, conduce le persone "naturalmente" a mettere in atto comportamenti evitanti (Hilton, 1980). Il dialogo con gli studenti aiuta a ri-concettualizzare idee sbagliate sull'apprendimento. Ad esempio, le esperienze di cooperative learning in didattica della matematica stanno ricostruendo il processo di apprendimento in gruppo. Gli studenti sentono che l'ingaggio che viene posto dalla conoscenza matematica nella risoluzione di un problema debba essere inizialmente individuale e soltanto dopo è possibile contribuire al gruppo. In realtà non si rendono conto che collaborando insieme possono risolvere problemi che le persone che lavorano da sole non potrebbero mai risolvere. Un altro malinteso è l'idea che una "risposta sbagliata" sia sempre "totalmente sbagliata", e non si può apprendere nulla dalla sua analisi (Frankenstein, 1983).

isolati, favorire la partecipazione attiva del campione da analizzare e illuminare aspetti che riguardano il modo con cui i partecipanti possono utilizzare le informazioni raccolte per migliorare la loro vita.

⁸ L'etichetta "educazione critica della matematica" nel dibattito scientifico si riferisce a una varietà di prospettive e attività che evidenziano alcune preoccupazioni. L'educazione critica della matematica riguarda gli aspetti sociali e politici dell'apprendimento della matematica. Si tratta di fornire accesso a idee matematiche per tutti indipendentemente dal colore della pelle, del sesso e della classe. Si occupa dell'utilizzo e della funzione della matematica nella pratica, come un'applicazione tecnologica avanzata o un uso quotidiano. Si preoccupa della vita in aula che dovrebbe rappresentare un forum democratico, dove le idee sono presentate e negoziate. Si tratta di uno sviluppo della cittadinanza critica. Su questi temi si rimanda ad esempio agli studi di Borba (1990), D'Ambrosio (1994), Frankenstein (1983, 1989), Powell & Frankenstein (1997), Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2013).

Comprendere le cause più profonde dell'ansia e del rifiuto della matematica comporta un esame di come le strutture e le ideologie egemoniche della nostra società favoriscano alcuni e ostacolino altri gruppi. Le ricerche mostrano che oltre agli effetti sessisti, razzisti e classisti, l'ideologia egemonica delle "attitudini" favorisce alcune credenze che sostengono idee come quella che solo alcune persone possiedono una "mente matematica".

L'educazione critica della matematica può sfidare queste ideologie fornendo agli studenti strumenti critici per mettere in discussione le statistiche e per rivelare le contraddizioni (e bugie) che si annidano sotto la superficie. Come pure favorendo una esperienza di apprendimento in cui gli studenti e gli insegnanti sono "co-investigatori" e dove gli studenti "ansiosi" sono posti nelle condizioni più favorevoli per sviluppare atteggiamenti di coping. L'educazione critica della matematica può collegare il processo di superamento dell'ansia con l'azione della investigazione. È possibile sviluppare consapevolezza anche solo illustrando come gruppi organizzati di comunità stanno usando le statistiche nelle loro lotte per il cambiamento sociale. L'educazione critica della matematica deve soprattutto prendere sul serio il fatto che le statistiche, le misure, e gli studi sul campo della sociologia empirica e delle scienze politiche non sono mai abbastanza razionali. Queste tendono a diventare mistificanti nella misura in cui sono isolate dal contesto concreto che chiosa i fatti e ne determina la loro funzione⁹.

Contenuti e metodi nella Didattica critica della Matematica

Al fine di applicare la teoria di Freire alla didattica della matematica dobbiamo considerare ciò che la conoscenza matematica ha di implicito, e ciò che potrebbe chiarire relativamente ai temi generativi dei nostri studenti. Nella maggior parte delle istituzioni scolastiche gli insegnanti non conoscono i loro studenti così come ha avuto modo di fare Freire, vale a dire come membri di una comunità. Tuttavia, gli insegnanti possono informarsi sui desideri e aspirazioni degli studenti; ad esempio possono chiedere quali aspirazioni lavorative, quali hobbies o se hanno argomenti che desiderano approfondire. Queste informazioni potrebbero indicare il punto di partenza per un curriculum. Inoltre, quasi tutti i concetti di base e le competenze di matematica e statistica, così come la natura critica della conoscenza statistica, possono essere apprese in un contesto di realtà, ad esempio su applicazioni che mettono in discussione le contraddizioni coinvolte nel sostenere ideologie egemoni. Una azione sfidante per gli studenti può essere condotta nell'accompagnarli a scoprire che quelle credenze pregresse che considerano ormai affidabili possono essere non così "certe". Aiutarli ad approfondire e aumentare la gamma di domande che si pongono sul mondo e sul ruolo che loro hanno nel mondo può contribuire anche a rivedere e ricollocare le credenze che essi hanno o stanno maturando. Inoltre, attraverso l'apprendimento e ricreando una teoria dell'educazione matematica e il cambiamento sociale con i

⁹ Interessante su queste questioni il recente contributo di Peters, (2017) che richiama alla memoria analisi compiute da Marcuse in particolare nel suo volume molto dibattuto .

loro insegnanti, gli studenti possono sviluppare la capacità di critica all'ideologia in generale¹⁰.

Le azioni metodologiche di Freire hanno molto in comune con le idee pedagogiche sull'insegnamento centrato sullo studente, ma le sue idee vanno al di là di quei metodi in termini di intenti. Questo approccio metodologico non è solo un insieme di tecniche che ogni insegnante potrebbe usare per sostenere lo sviluppo e la crescita della consapevolezza critica dei suoi studenti. La metodologia freieriana ha un plusvalore perché considera gli studenti come parte attiva del processo di sviluppo non soltanto individuale e soggettivo, ma li interpreta anche come nodi di nuovi rapporti sociali nella lotta a sostegno di un generale processo di umanizzazione. La metodologia di Freire dirige l'attenzione degli insegnanti di matematica su come gli studenti anche con grandi lacune in matematica possono in pratica co-indagare gli aspetti statistici dei loro "temi generativi". Suggerisce loro di riflettere su come gli studenti possano diventare indipendenti nel decodificare i problemi e la raffica di dati quantitativi che incontrano nella loro vita quotidiana.

Esplorando gli aspetti statistici dei temi degli studenti in modo tale che sia coinvolta la matematica ad un livello di base, e motivando gli studenti a porsi questioni circa i dati, si formerà, quand'anche gli studenti non siano ancora in grado di risolvere questi problemi, una vera e propria "comunità di ricerca"¹¹. Dal momento che tale compito di realtà pone anche gli insegnanti di fronte a questioni che probabilmente non hanno precedentemente studiato, gli studenti potrebbero porre domande a cui gli insegnanti non saranno in grado di rispondere. Così gli studenti e gli insegnanti dovranno ricercare insieme.

Come ha scritto Lucchetti (Bartocci, C., Betti, R., Guerraggio, A., & Lucchetti, R., 2007) la matematica è un mondo vivo, che contiene anche tante contraddizioni, è pieno di difetti. La matematica è possessiva, gelosa e incline alla vanità. È un mondo in cui può essere molto bello perdersi. Ci si potrebbe chiedere, però, se ha senso parlare di una metodologia di ricerca – o di alcune metodologie – che siano in "armonia" con le finalità dell'educazione critica della matematica. Nella letteratura si possono trovare studi interessanti che condividono le finalità dell'educazione critica della matematica e che abbracciano la ricerca-azione, la ricerca partecipativa e la ricerca-azione partecipativa come metodologie pertinenti l'obiettivo. In questa direzione sono cresciuti contributi che hanno sviluppato l'ambito di analisi critica della pedagogia del dialogo e del conflitto. D'altra parte è emersa la nozione di "risonanza" (Lincoln e Guba, 1985) utile per concettualizzare la possibilità di adattamento tra prospettiva teorica e metodologia di un approccio di ricerca¹². È stato messo in luce come una forma possa fornire

¹⁰ Su questi temi interessante è il recente lavoro di Corchia, L. (2017).

¹¹ Su questo tema si veda Colazzo, S. (2009).

¹² Il concetto di risonanza sottende percorsi di riflessione particolarmente interessanti per la ricerca educativa. Ad esempio in Deleuze la risonanza è vista come un particolare caso di interferenza. Quella che lascia il concetto che ne deriva in un determinato campo, in questo caso la filosofia. Allo stesso modo, le interferenze estrinseche svolgono un ruolo fondamentale nella costruzione di concetti (filosofici). Il concetto di risonanza esegue un notevole lavoro nell'architettura concettuale della Differenza e della Ripetizione e della logica del senso, per via di una complessa e, a loro volta, interferenze multi-risonanza di psicoanalisi, matematica e fisica. Questo approccio, in particolare all'interno della logica del senso, può essere stato influenzato anche da Lacan e dal suo

“risultati risonanti”. Ad esempio, viene mostrato come la ricerca comportamentista sia in risonanza con un approccio fondamentalmente quantitativo per la ricerca didattica. Una didattica che basa le sue conclusioni su risultati misurabili. Pertanto, la visione che la ricerca deve enfatizzare in primo luogo è quella che il comportamento esterno è conforme a una metodologia che si concentra sugli esiti dei test¹³.

In *Competing Paradigms in Qualitative Research*, Guba e Lincoln (1994) descrivono quattro archetipi della ricerca qualitativa: positivismo, postpositivismo, teoria critica e costruttivismo. Il paradigma critico è tra l'altro caratterizzato come quella metodologia di ricerca che critica e trasforma le strutture sociali, politiche, culturali, economiche, etniche e di genere che costringono e sfruttano l'umanità. Il criterio per il progresso sotteso è che nel tempo la restituzione e l'emancipazione dovrebbero verificarsi e persistere. Il ricercatore viene lanciato nel ruolo di “istigatore” e facilitatore, implicando che l'interrogante comprenda a priori quali trasformazioni sono necessarie (p. 113). La nostra concezione di metodologia di ricerca che si adatta al paradigma critico non è adeguatamente catturata dalla descrizione di cui sopra. Non accettiamo l'idea che il richiedente debba capire a priori quali trasformazioni sono necessarie. Né accettiamo che il ricercatore debba svolgere il ruolo di istigatore. Troviamo tali idee demolenti la stessa nozione di critica. Sebbene guardiamo alla ricerca attraverso un paradigma critico come collegato alle trasformazioni, questo non combina tale ricerca a trasformazioni identificate a priori. La trasformazione e la critica comprendono l'incertezza e il dubbio, sono radicate in collaborazione, non in “leadership”. Quindi, non seguiamo Guba e Lincoln (1994) nella loro caratterizzazione della natura della ricerca che risente di una sagittale prospettiva, ma in d'accordo con loro riteniamo che la questione della risonanza è essenziale, anche in questo caso. La nozione di “risonanza” è complessa. Possiamo per esempio immaginare una situazione in cui un grande studio quantitativo abbia un enorme impatto politico attirando l'attenzione sulla distribuzione ineguale di risorse per le scuole all'interno di un determinato paese. Una vasta ricerca descrittiva può rivelare aspetti critici di un sistema educativo e fornire raccomandazioni per grandi cambiamenti. La nozione di “risonanza” non può rappresentare un rapporto uno-a-uno tra un insieme di prospettive educative e una serie di metodologie di ricerca. La “resonance” si riferisce ad un rapporto molto più complesso.

Per semplificare la discussione, ci occuperemo solo di ricerca didattica effettuata in classe - per esempio, non si considerano studi complessivi di disuguaglianze riprodotte dall'educazione matematica. Poiché il dominio è ancora molto vasto, ci concentriamo sulla seguente domanda: possiamo caratterizzare un modello di metodologia di ricerca che rifletta le finalità dell'educazione critica della matematica, e quali aspetti favoriscono i cambiamenti in classe? Poiché la risonanza non ha bisogno di definire una corrispondenza one-to-one, ci aspettiamo che sia possibile individuare diversi modelli di metodologia di ricerca che

uso della matematica. D'altra parte, l'uso di Deleuze del concetto di serie, che deriva dal calcolo, è proprio uno degli usi più inusuali e originali della filosofia della matematica. Le risonanze, poi, possono implicare concetti particolari, tra cui il concetto di risonanza stessa.

¹³ Questo argomento è stato discusso da Borba (1990, 2014) con riferimento all'uso di computer nell'educazione matematica.

soddisfino tali obiettivi. Faremo riferimento a diversi modelli come la ricerca critica, anche se in una formulazione più adeguata soprattutto legata ad alcuni modelli che riteniamo particolarmente rilevanti quando ci concentriamo sui cambiamenti in classe.

Come già detto, la ricerca critica può includere la ricerca-azione, la ricerca partecipata e altri modelli. Cosa potrebbe affrontare e quale tipo di situazioni viene considerato nella ricerca critica? Qual è la natura dei processi coinvolti nella ricerca critica? Come si può discutere la qualità di questi processi? Quale tipo di compito analitico è coinvolto in tale ricerca? La ricerca genera cambiamento? Ma conta qualsiasi tipo di cambiamento? La ricerca critica potrebbe rappresentare una miscela di metodologie. Molte formulazioni sono state utilizzate per caratterizzare questa miscela: sviluppi scolastici orientati alla ricerca, progetti di sviluppo, ricerca basata sulla scuola (evidence based). Tuttavia riteniamo che la ricerca critica abbia la sua specificità. Riteniamo che la ricerca critica sia una ricerca appropriata, e non come un conglomerato di diverse attività. Riteniamo che la ricerca, in quanto tale, possa essere politica, e non che le questioni politiche e i processi di cambiamento debbano essere aggiunti alla ricerca "regolare". Molte interpretazioni mettono un'enfasi particolare sulla raccolta di materiale empirico. Tale materiale deve soddisfare determinati standard, che ha portato ad una discussione, tra l'altro, sull'affidabilità e validità. Secondo molte interpretazioni, fare osservazioni rappresenta l'essenza dell'impresa scientifica. Naturalmente, le osservazioni possono essere distorte o fuzzy, ma almeno per alcune interpretazioni, un attento disegno di procedure di raccolta di dati può ridurre i disturbi e la sfocatura. Secondo altre interpretazioni, i disturbi causati dall'osservatore non possono essere eliminati e non dovrebbero essere eliminati. Non ci sono "dati" senza interpretazione. La cosa più importante è dunque il farsi più esplicito possibile della prospettiva e della soggettività dell'osservatore per produrre una "narrazione" adeguata su ciò che è avvenuto. Abbiamo a che fare con uno studio delle interazioni in classe, la preoccupazione metodologica principale è identificare modi adeguati per presentare osservazioni o racconti su, per esempio, quello che si dice e come si dicono le cose.

Come prima caratteristica semplificata, suggeriamo che fare una ricerca critica significa non solo considerare ciò che sta succedendo, ma anche considerare ciò che avrebbe potuto avere luogo e cosa poteva essere immaginato come alternative possibili a ciò che sta avvenendo. Significa anche esplorare cosa non c'è e cosa non è reale indagare alternative non semplicemente suggerirle. Un compito fondamentale è quello di indagare le alternative in modo dettagliato tanto che possano affrontare ciò che potrebbe essere concepito come dato. La ricerca critica sottolinea che "qualcosa potrebbe essere diverso" e questa affermazione si riferisce sia a ciò che è considerato un dato che a quello che viene esaminato come una possibilità. L'abito metodologico sostenuto deve essere quello di chi cerca di affrontare ciò che è in atto con quello che in realtà è in potenza.

Ad esempio, una situazione osservata del tipo: in un'aula ci sono alcuni bambini seduti per righe e un insegnante pone domande. Gli studenti alzano le mani, l'insegnante indica uno studente, lo studente risponde alla domanda, la risposta sembra corretta. Possiamo solo descrivere e interpretare ciò che avviene e cosa succede in classe e lasciarlo così. In alternativa, possiamo associare le nostre

osservazioni sulle attività in classe con commenti critici. Potremmo descrivere come la comunicazione in classe rispecchia un'idea dubbia dell'insegnamento e dell'apprendimento. Tuttavia, in entrambi i casi, ciò che sta accadendo in classe è rimasto incontaminato dalla ricerca, sebbene nel secondo caso sia accompagnato da commenti critici. Tuttavia, quando la ricerca critica è preoccupata per i cambiamenti, ciò significa anche che ricercare ciò che non è accaduto potrebbe essere una possibilità. Le modifiche, i cambiamenti non garantiscono la qualità della ricerca, nemmeno nella ricerca-azione. Identificare un'alternativa a una situazione attuale è un atto creativo che chiamiamo "immaginazione pedagogica". Questa immaginazione è legata all'immaginazione sociologica come descritto da Mills (1959). L'immaginazione sociologica non è rivolta a una situazione sociale, intesa come un dato. Invece, l'immaginazione sociologica cerca di identificare alternative alla situazione reale. In questo modo fornisce possibilità di cambiamento, perché l'esistenza di alternative dimostra che la situazione attuale non è una "necessità". Nella sua introduzione alla sociologia, Giddens (1986) considera l'immaginazione sociologica dotata di tre tipi di sensibilità: la *storia*, che ha a che fare con "recuperare il proprio passato immediato"; l'*antropologia* "che ci permette di apprezzare la diversità dei modi di esistenza umana che sono stati seguiti su questa terra" (p. 20); e la *critica*, che "permette di liberarsi dalla forza del pensiero solo in termini di tipo di società che conosciamo qui e ora" (p. 22). Giddens conclude che «l'immaginazione sociologica si fonde con il compito della sociologia di contribuire alla critica delle forme esistenti della società» (p. 22). Allo stesso modo, l'immaginazione pedagogica ha a che fare con le alternative educative concettualmente esplorative alla situazione educativa attuale. L'immaginazione pedagogica può esprimere una sensibilità storica, riconoscendo ciò che è accaduto nell'istruzione; una sensibilità antropologica, riconoscendo ciò che è stato fatto nell'educazione; e una sensibilità critica che significa non assumere la situazione attuale come un dato immutabile. L'immaginazione pedagogica rispetto all'educazione matematica sostiene un processo di scoperta e ingaggio di nuove possibilità riconoscendo le caratteristiche critiche della situazione attuale¹⁴. Naturalmente, la ricerca positivista può fornire risorse per fare i cambiamenti, ma queste attività non possono essere parte di alcun programma di ricerca positivista. I cambiamenti nell'immagine esprimerebbero un elemento non scientifico e metafisico del processo. Secondo il positivismo, tali elementi vanno eliminati. Tuttavia, le qualità tradizionali della ricerca positivista, che non riguardano studi sull'immaginazione, ma solo sui fatti, rappresentano nella nostra terminologia una mancanza di qualità critica.

Una costruzione fantasiosa di nuove alternative ha molte fonti, una delle risorse teoriche e filosofiche la dobbiamo certamente a Skovsmose, 1994. Un'altra fonte per individuare le alternative nell'istruzione è naturalmente la conoscenza pratica dell'insegnante. Naturalmente, non ogni discussione tra insegnanti e ricercatori promuove l'immaginazione pedagogica, ma ciò non altera l'idea che la ricerca critica includa processi di fantasia pedagogica e che le qualità di questa immaginazione possano essere discusse in termini di cooperazione.

¹⁴ La ricerca positivista, ossia la ricerca che esamina ciò che viene dato, si basa su una debole immaginazione, qualcosa che possiamo definire "immaginazione zero".

La visione della matematica come sistema perfetto, puro, come strumento infallibile se ben utilizzato - contribuisce al controllo politico. Una tale visione della matematica non ha basi né nel dibattito sui fondamenti della matematica (Snapper, 1979), né nella discussione sugli aspetti sociali e culturali della matematica (D'Ambrosio, 1994, D'Amore, Fandiño Pinilla, 2014). Tuttavia, questa è la visione che viene utilizzata dai programmi televisivi sulla scienza, sui giornali e nelle scuole e le università. In questi ambiti, la matematica è spesso rappresentata come uno strumento/struttura stabile e indiscutibile in un mondo molto instabile. Le locuzioni come “è stato matematicamente provato”, “i numeri esprimono la verità”, “i numeri parlano per se stessi”, “le equazioni dimostrano/assicurano che” vengono spesso utilizzate nei media e nelle scuole. Una visione della matematica come arbitro “sopra tutti”, come “giudice”, che è al di sopra degli esseri umani, come un dispositivo non umano che può controllare l'imperfezione umana. È un mito!

La scuola delle competenze sta portando a galla la questione del compito di realtà (compito autentico). In questo contesto un problema matematico può essere calato nella realtà, ma si fa fatica a comprendere che il “contestualizzare” potrebbe introdurre un mondo artificiale (pseudo-positivistico). Poniamo ad esempio il problema: «Calcola il costo del cibo necessario per eseguire una ricetta prescelta (stabilita per quattro persone), quando nove persone parteciperanno alla cena». Come al solito vengono fornite le informazioni necessarie e nessuna altra informazione. Gli studenti possono quindi lavorare su questo problema come esercizio di proporzionalità, ma un commento come questo: "Conosco una ricetta leggermente diversa... e se usiamo un extra, non abbiamo bisogno di più patate e meno carote e a me non piacciono le patate, etc. La maggior parte dei problemi che gli studenti affrontano sono progettati per avere esattamente quella matematica specifica per il percorso rigido che essi devono seguire. Quando le applicazioni di matematica si inseriscono nel paradigma vero-falso si rafforza la convinzione che l'uso di quella matematica sia “il modo migliore” per procedere. È vero, impariamo a gestire i problemi ma, nello stesso tempo, veniamo introdotti in una credenza pericolosa. Questa credenza dà l'impressione che le domande e le difficoltà nelle applicazioni reali della matematica siano “simili” alle domande e alle difficoltà che si affrontano quando si affrontano problemi di scuola. Questa credenza elimina tutta una serie di problemi legati alle applicazioni della matematica al di fuori della scuola.

Bibliografia

- Atkins, L., & Jarrett, D. The significance of “significance tests.” In J. Irvine, I. Miles & J. Evans (Eds.), *Demystifying social statistics*. London: Pluto, 1979.
- Barnard, C. Imperialism, under development, and education. In R. Mackie (Ed.) *Literacy and revolution: The pedagogy of Paulo Freire*. New York: Continuum, 1981.
- Bartocci, C., Betti, R., Guerraggio, A., & Lucchetti, R. (Eds.). (2007). *Vite matematiche: Protagonisti del'900, da Hilbert a Wiles*. Springer Science & Business Media.
- Borba, M. (1990) 'Ethnomathematics and education', *For the Learning of Mathematics* 10(1), 39-43

- Borba, M. (2014). Math problem, Internet and digital mathematical performance. *Technology, creativity and affect in mathematical problem solving*, 4.
- Bredo, E., & Feinberg, W. (Eds.). *Knowledge and values in social and educational research*. Philadelphia: Temple University Press, 1982.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2013). *Research methods in education*. Routledge.
- Colazzo, S. (2009). Progettazione partecipata. *Il progetto educativo*, 2, 31.
- Collins, D., *Paulo Freire: His life, works and thought*. New York: Paulist Press, 1977.
- Connolly, R. "Freire, praxis and education." In R. Mackie (Ed.) *Literacy and revolution: The pedagogy of Paulo Freire*. New York: Continuum, 1981.
- Corchia, L. (2017). I compiti di una teoria critica della società. Il percorso intellettuale di Jürgen Habermas. *Rassegna Italiana di Sociologia*, 58(1), 5-30.
- D'Ambrosio, U. (1994) 'Cultural framing of mathematics teaching and learning', in Biehler, R et al {eds), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, pp 443-455
- D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, M. I. (2014). Illusioni, panacee, miti nell'insegnamento-apprendimento della matematica. *DiM Difficoltà in Matematica*, 11(1), 89-109.
- Frankenstein, M (1989) *Relearning Mathematics a Different Third R- Radical Maths*, London, Free Association Books
- Frankenstein, M. A different third r: Radical math. *Radical Teacher*, 1981, No. 20, 14-18.
- Frankenstein, M. *Mathematics patterns and concepts that can generate art*. Unpublished book proposal, 1982.
- Frankenstein, M. *Overcoming math anxiety by learning about learning*. Unpublished manuscript, University of Massachusetts, 1983.
- Freedman, S., Jackson, J., & Boles, K. The other end of the corridor: The effect of teaching on teachers, *Radical Teacher*, 1983, No. 23, 2-23.
- Freire, P. *Cultural action for freedom*. Cambridge, MA: Harvard Educational Review, 1970. (b)
- Freire, P. *Education for critical consciousness*. New York: Seabury Press, 1973.
- Freire, P. Education for critical consciousness. Unpublished Boston College course notes, taken by M. Frankenstein, July 5-15, 1982.
- Freire, P. *Pedagogy in process*. New York: Seabury Press, 1978.
- Freire, P. *Pedagogy of the oppressed*. New York: Seabury, 1970. (a)
- Freire, P. The importance of the act of reading. *Journal of Education*, 1983, 165, 5-11.
- Freire, P. The people speak their word: Learning to read and write in Sao Tome and Principe. *Harvard Educational Review*, 1981, 51, 27-30.
- Giddens, A. (1986). Action, subjectivity, and the constitution of meaning. *Social Research*, 529-545.
- Giroux, H. *Ideology, culture and the process of schooling*. Philadelphia: Temple University Press, 1981.
- Glass, R. D. (2001). On Paulo Freire's philosophy of praxis and the foundations of liberation education. *Educational Researcher*, 30(2), 15-25.
- Gordon, M. Conflict and liberation: Person aspects of the mathematics experience. *Curriculum Inquiry*, 1978, 8, 252-271.
- Gray, M. W. Statistics and the law. *Mathematics Magazine*, 1983, 56, 67-81.
- Greenwood, D. It's even worse. *In These Times*, June 17-30, 1981.
- Griffiths, D., Irvine J. & Miles I. Social statistics: Towards a radical science. In J. Irvine, I. Miles & J. Evans (Eds.), *Demystifying social statistics*. London: Pluto Press, 1979.
- Guba, E.G., & Lincoln, Y. S. (1994). Competing paradigms in qualitative research. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research* (pp. 105-117). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Hilton, P. Math anxiety: Some suggested causes and cures: Part I. *Two-Year College Mathematics Journal*, 1980, 11, 174-188.
- Horwitz, L. & Ferleger, L. *Statistics for social change*. Boston: South End Press, 1980.
- Hyman, R., & Price, B. Labour statistics. In J. Irvine, I. Miles, & J. Evans (Eds.), *Demystifying social statistics*. London: Pluto Press, 1979.
- J. Irvine, I. Miles, & J. Evans (Eds.), *Demystifying social statistics*. London: Pluto Press, 1979.
- Judis, J., & Molberg, D. Some other ways to cut the budget. *In These Times*, March 4-10, 1981.
- Kellner, D. Ideology, Marxism and advanced capitalism. *Socialist Review*, 1978, No. 42, 37-65.

- Kline, M. *Mathematics: The loss of certainty*. New York: Oxford University Press, 1980.
- Lincoln, YS. & Guba, EG. (1985). *Naturalistic Inquiry*. Newbury Park, CA: Sage Publications.
- Mackie, R. "Contributions to the thought of Paulo Freire" in R. Mackie (Ed.), *Literacy and revolution: The pedagogy of Paulo Freire*. New York: Continuum, 1981.
- Marcuse, H. (1976). *L' uomo a una dimensione: l'ideologia della societa industriale avanzata*. Torino Einaudi.
- Matthews, M. Knowledge, action and power. In R. Mackie (Ed.), *Literacy and revolution: The Pedagogy of Paulo Freire*. New York: Continuum, 1981.
- Max, S. How to make billions for arms look smaller. *In These Times*, May 27-June 3, 1981.
- Mills, E. S. (1959). Uncertainty and price theory. *The Quarterly Journal of Economics*, 73(1), 116-130.
- Peters, J. D. (2017). "You mean my whole fallacy is wrong": on technological determinism. *MATRIZES*, 11(2), 13-33.
- Polya, G. *How to solve it*. New York: Doubleday, 1957.
- Polya, G. *Mathematical discovery: On understanding, learning, and teaching problem Solving*. New York: John Wiley & Sons, 1981.
- Powell, A., and Frankenstein, M. (eds) (1997), *Ethnomathematics: Challenging Eurocentrism in Mathematics Education*. Albany, NY: State University of New York Press.
- Reich, M. The economics of racism. In R. C. Edwards, M. Reich, & T. F. Weisskopf (Eds.), *The capitalist system*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, Inc. 1972.
- Ria, D. (2005). *L' unità fisico-matematica nel pensiero epistemologico di Hermann Weyl* [Galatina] Congedo.
- Roberts, P. (2003). Pedagogy, neoliberalism and postmodernity: Reflections on Freire's later work. *Educational philosophy and theory*, 35(4), 451-465.
- Rothenberg, P., et al. Teaching "racism and sexism in a changing society": A report. Unpublished manuscript, 1983.
- Schwartz, A. J. The politics of statistics: Heredity and IQ. In Ann Arbor Science for the People, *Biology as a social weapon*. Minneapolis: Burgess Publishing Company, 1977.
- Shaw, M. & Miles, I. The social roots of statistical knowledge. In J. Irvine, I. Miles, & J. Evans (Eds.), *Demystifying social statistics*. London: Pluto Press, 1979.
- Skovsmose, O. (1994). Towards a critical mathematics education. *Educational studies in mathematics*, 27(1), 35-57.
- Snapper, E. (1979). The three crises in mathematics: Logicism, intuitionism and formalism. *Mathematics Magazine*, 52(4), 207-216.
- Tobias, S. *Overcoming math anxiety*. Boston: Houghton Mifflin Company, 1978.

Parte c :

Suggerzioni

