PREMESSA. - Burzio M.e Demaria D.C. provano in [3] che l'insieme delle classi di o-omotopia di funzioni o-regolari da uno spazio topologico normale e numerabilmente paracompatto S in un grafo orientato finito G, $Q(S,G)$, è in corrispondenza biunivoca con l'insieme delle classi di o-omotopia di funzioni o-regolari da S nel grafo G^* duale di G, $Q(S,G^*)$. Con le stesse ipotesi su S e con S' sottospazio chiuso di S e G' sottografo di G si prova inoltre che $Q(S,S';G,G')$ è bigettivo a $Q(S,S';G^*,G'^*)$.

Non sappiamo fino a che punto le ipotesi fatte su S siano necessarie, però in questa nota proviamo con alcuni esempi che i teoremi su enunciati non sono validi nel caso che lo spazio S sia quasi-compatto e T_o ma non T_1 oppure quasi-compatto e T_1 ma non T_2.

Per le definizioni cui facciamo riferimento si vedano i lavori citati in bibliografia. Usiamo il simbolo $v \to w$ sia nel caso che (v,w) sia un lato del grafo G sia nel caso $v = w$. Se $f : S \to G$ è una funzione indichiamo con V (o con V^f se è più opportuno) l'insieme $f^{-1}(\{v\})$. Consideriamo sempre funzioni e omotopie o-regolari, cioé tali che $V \cap \bar{W} \neq \emptyset \implies v \to w$, anche quando non lo precisiamo esplicitamente. Scriveremo $f \sim g$ se due funzioni f e g sono regolarmente omotope, $f \not\sim g$ se non lo sono. Indichiamo con $o(v)$ o semplicemente con o la funzione costante dello spazio S su un vertice v del grafo G.

1. Consideriamo lo spazio $S = \{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\}$ con la topologia che ha come aperti fondamentali $\{x_1\},\{x_5\},\{x_1,x_2,x_5\}$, $\{x_1,x_3,x_5\}$, $\{x_1,x_4,x_5\}$.

Si verifica facilmente che tale spazio è T_o ma non T_1 e che $\overline{\{x_1\}} = \{x_1,x_2,x_3,x_4\}$, $\overline{\{x_5\}} = \{x_2,x_3,x_4,x_5\}$ mentre $\{x_2\},\{x_3\},\{x_4\}$ sono chiusi.

Inoltre S è chiaramente quasi compatto in quanto è finito.

Sia inoltre G il grafo orientato di vertici v_1,v_2,v_3,v_4,v_5 i cui lati sono (v_i,v_1) e (v_i,v_5) per $i = 2,3,4$.

Si hanno allora i seguenti risultati.

<u>PROPOSIZIONE</u> 1.1.- $o(v_i) \sim o(v_j)$ <u>per</u> $i \leq i,j \leq 5$.

<u>Dimostrazione</u>.- Se $v_i \to v_j$ si ottiene un'omotopia regolare $H : S \times I \to G$ tra $o(v_i)$ e $o(v_j)$ ponendo $H(x_r,0) = v_i$ e $H(x_r,t) = v_j$ per $t \neq 0$.
Se $v_i \not\to v_j$ e $v_j \not\to v_i$ esiste in G un vertice v_k consecutivo a v_i ed a v_j; si ha allora $o(v_i) \sim o(v_k) \sim o(v_j)$.

<u>PROPOSIZIONE</u> 1.2. - <u>Se</u> $f : S \to G$ <u>è regolare e se</u> $f(\{x_1,x_5\}) \cap \{v_2,v_3,v_4\} \neq \emptyset$ <u>oppure</u> $f(\{x_2,x_3,x_4\}) \cap \{v_1,v_5\} \neq \emptyset$, <u>allora</u> $f \sim o$.

<u>Dimostrazione</u>. - Se $f(x_1) = v_i \in \{v_2,v_3,v_4\}$ si ha $\overline{v_i^f} \supseteq \{x_1,x_2,x_3,x_4$ quindi $f(S-\{x_5\}) = \{v_i\}$; di conseguenza si ha $v_i \to f(x_5)$ e posto $h(x_r,1)=v_i$ ed $H(x_r,t) = f(x_r)$ per $t \neq 1$ si ha un'omotopia tra f ed $o(v_i)$.

Se $f(x_2) = v_j \in \{v_1,v_5\}$ risulta $f(x_1) = f(x_5) = v_j$. Si ottiene allora un'omotopia tra f ed $o(v_j)$ ponendo $H(x_r,0) = f(x_r)$ ed $H(x_r,t) = v_j$ per $t \neq 0$.

<u>PROPOSIZIONE</u> 1.3.- <u>Se</u> $f : S \to G$ <u>è regolare e se</u> $f(x_1) = f(x_5)$ <u>oppure</u> $f(x_2) = f(x_3) = f(x_4)$, <u>allora</u> $f \sim o$.

Dimostrazione.- Escludendo i casi che rientrano nelle proposizioni 1.1 e 1.2 sia $f(x_2) = f(x_3) = f(x_4) = v_i \in \{v_2,v_3,v_4\}$ ed $f(\{x_1,x_5\}) \subseteq \{v_1,v_5\}$; si ha allora un'omotopia tra f ed $o(v_i)$ definita come nella prima parte della proposizione precedente.

Se invece $f(x_1) = f(x_5) = v_j \in \{v_1,v_5\}$ e $f(\{x_2,x_3,x_4\}) \subseteq \{v_2,v_3,v_4\}$ si ha un'omotopia tra f ed $o(v_j)$ definita come nella seconda parte della proposizione 1.2.

PROPOSIZIONE 1.4. - $f : S \to G$ regolare, $f \sim o$, $f(x_1) \neq f(x_5) \Longrightarrow$ $\Longrightarrow f(x_2) = f(x_3) = f(x_4)$.

Dimostrazione. - Per semplicità supponiamo che $f(x_1) = v_1$ ed $f(x_5) = v_5$ e sia $H : S \times I \to G$ un'omotopia tra f ed $o(v_1)$.

Poiché per ogni $i = 2,3,4,5$ si ha $v_1 \neq v_i$, sicuramente esiste un numero $t' \in I$ tale che per $t \in [0,t']$ si abbia $H(x_1,t) = v_1$ ed $H(x_5,t)=v_5$, mentre $\{v_2,v_3,v_4\} \cap \{H(x_1,t'),H(x_5,t')\} \neq \emptyset$.

Sia $H(x_1,t') = v_i \in \{v_2,v_3,v_4\}$; sui segmenti $\{x_2\} \times [0,t']$, $\{x_3\} \times [0,t']$ ed $\{x_4\} \times [0,t']$ H non assume mai i valori v_1 e v_5 ma sempre il valore v_i; in particolare $f(x_2) = f(x_3) = f(x_4) = v_i$.

Riassumendo i risultati precedenti concludiamo che le funzioni o-regolari da S in G non omotope a costante sono tutte e sole quelle che su x_1 e x_5 assumono valori v_1 e v_5 (o v_5 e v_1) rispettivamente mentre su x_2,x_3,x_4 assumono valori, non tutti uguali, in $\{v_2,v_3,v_4\}$

Si tratta quindi di 48 funzioni non omotope ad o.

PROPOSIZIONE 1.5.- Due funzioni regolari $f,g : S \to G$ non regolarmente omotope a costante sono omotope tra loro se e solo se sono uguali.

Dimostrazione. Sia $f(x_i) \neq g(x_i)$ con $i \in \{1,5\}$. Se $H:S\times I \to G$ fosse un'omotopia tra f e g esisterebbe $t' \in I$ tale che $H(x_i,t')\in \{v_2,v_3,v_4\}$; la funzione regolare definita da $h(x_r) = H(x_r,t')$ sarebbe quindi regolarmente omotopa ad o e ad f contro l'ipotesi.

Se fosse $g(x_j) \neq f(x_j)$ con $j \in \{2,3,4\}$ e se H fosse un'omotopia tra f e g, esisterebbe $t'' \in I$ tale che $H(x_j,t'') \in \{x_1,v_5\}$ quindi la funzione definita da $b(x_r) = H(x_r,t'')$ sarebbe anche in questo caso omotopa a costante e ad f.

Possiamo ora concludere che $Q(S,G)$ ha 49 elementi.

Consideriamo adesso il grafo G^* duale di G; i vertici di G^* sono ancora v_1, v_2,v_3,v_4,v_5 mentre i lati sono (v_1,v_i) e (v_5,v_i) con $i = 2,3,4$. Ovviamente le funzioni costanti di S in G^* sono ancora omotope tra di loro; si provano inoltre i seguenti risultati.

PROPOSIZIONE 1.6.- Se $g : S \to G^*$ è regolare e se $g(\{x_1,x_5\}) \cap \{v_1,v_5\} \neq \emptyset$ oppure $g(\{x_2,x_3,x_4\}) \cap \{v_2,v_3,v_4\} \neq \emptyset$ si ha $g \sim o$.

Dimostrazione. - Se $g(x_1) = v_i \in \{v_1,v_5\}$ si ha necessariamente $g(x_2) = g(x_3) = g(x_4) = v_i$; inoltre $v_i \to g(x_5)$ e pertanto la funzione $H : S \times I \to G^*$ definita da $H(x_r,t) = g(x_r)$ per $t \neq 1$ ed $H(x_r,1) = v_i$ è un'omotopia tra g ed $o(v_i)$.
Se $g(x_2) = v_j \in \{v_2,v_3,v_4\}$ si ha $v_j \to g(x_1)$ e $v_j \to g(x_5)$ quindi $g(x_1) = g(x_5) = v_j$; ovviamente allora $g(x_3) = g(x_4) = v_j$.

PROPOSIZIONE 1.7.- Se $g : S \to G^*$ è regolare e se $g(x_1) = g(x_5)$ oppure $g(x_2) = g(x_3) = g(x_4)$ si ha $g \sim o$.

Dimostrazione. - Esaminiamo i casi che non rientrano nella proposizione 1.6.

Se $g(x_1) = g(x_5) = v_i \in \{v_2,v_3,v_4\}$ e $g(\{x_2,x_3,x_4\}) \subseteq \{v_1,v_5\}$ si ha $g(x_k) \to v_i$ per $k = 2,3,4$ e quindi la funzione $H : S \times I \to G^*$ definita da $H(x_r,0) = g(x_r)$ ed $H(x_r,t) = v_i$ per $t \neq 0$ è un'omotopia tra g ed $o(v_i)$.

Se $g(x_2) = g(x_3) = g(x_4) = v_j \in \{v_1,v_5\}$ e se $g(\{x_1,x_5\}) \subseteq \{v_2,v_3,v_4\}$ si ha $v_j \to g(x_1)$ e $v_j \to g(x_5)$; quindi si può definire un'omotopia tra g ed $o(v_j)$ ponendo $H(x_r,t) = g(x_r)$ per $t \neq 1$ ed $H(x_r,1) = v_j$.

Dalle proposizioni 1.6 e 1.7 si ricava facilmente che le funzioni regolari di S in g^* non omotope a costante sono al più 36, quindi $Q(S,G^*)$ non è in corrispondenza biunivoca con $Q(S,G)$. Peraltro si prova con procedimenti analoghi che due qualunque funzioni distinte non omotope a zero sono non omotope tra loro, per cui $Q(S,G^*)$ ha esattamente 37 elementi.

2.Fissato nel piano un riferimento cartesiano sia S l'unione dei segmenti congiungenti $x_1(0,1)$ e $x_5(0,-1)$ con ciascuno dei punti $x_2(-1,0), x_3(0,0)$ ed $x_4(1,0)$. Indichiamo con A l'insieme dei punti diversi da x_2,x_3,x_4 appartenenti ai segmenti di estremi x_1 ed x_i, $i = 2,3,4$; con B indichiamo l'insieme $S -(A \cup \{x_2,x_3,x_4\})$. Consideriamo poi su S la topologia che ha come aperti non vuoti tutte le parti a complementare finito (o vuoto) in S e tutti i sottoinsiemi di A o di B a complementare finito (o vuoto) rispettivamente in A o in B.

Chiaramente S è uno spazio T_1 (ma non T_2) e quasi compatto. Si ha inoltre che le chiusure di A e B sono rispettivamente $\bar{A} = S-B$ e $\bar{B} = S-A$; la chiusura di ogni parte non finita di A (di B) è $\bar{A}$ ($\bar{B}$) .

Consideriamo inoltre il grafo orientato G dell'esempio procedente, di vertici v_1,v_2,v_3,v_4,v_5 e di lati (v_i,v_j) $i = 2,3,4$ e $j = 1,5$.

Premesso che ovviamente si ha $o(v_i) \sim o(v_j)$ per ogni i e j , si provano i seguenti risultati.

PROPOSIZIONE 2.1. - Se $f : S \to G$ è regolare e non omotopa a costante si ha

i) V_1 e V_5 sono non finiti mentre V_2,V_3 e V_4 sono finiti (o vuoti).

ii) $f(\{x_2,x_3,x_4\}) \cap \{v_1,v_5\} = \emptyset$.

iii) $A \cap V_i \neq \emptyset \Longrightarrow A \cap V_j = \emptyset$ per $i,j \in \{1,5\}$, $i \neq j$.

iv) $A \cap V_i \neq \emptyset \Longrightarrow B \cap V_i = \emptyset$ per $i \in \{1,5\}$.

Dimostrazione. - i) Se V_1 è finito e $V_i \cap A$ è non finito, cioé $\bar{V}_i \supseteq \bar{A}$, si ha $V_1 \cap A = \emptyset$. Analogamente per B quindi $V_1 = \emptyset$ e l'applicazione $H: S \times I \to G$ definita da $H(x,0) = f(x)$ e $H(x,t) = v_5$ per $t \neq 0$ è un'omotopia tra f ed $o(v_5)$.

Se V_2 ha infiniti punti e $V_2 \cap A$ è infinito, allora $\bar{V}_2 \supseteq \bar{A}$ e quindi $f(A) = \{v_2\}$; ne segue che f è costante oppure è omotopa ad una delle funzioni $o(v_1)$ e $o(v_5)$.

ii) Se $f(x_2) = v_1$ si ha V_i finito per ogni $i \neq 1$; in particolare V_5 è finito e quindi $f \sim o$.

iii) Segue banalmente da i).

iv) Se $A \cap V_1 \neq \emptyset$ e $B \cap V_1 \neq \emptyset$ risulta $V_5 = \emptyset$ quindi $f \sim o$.

<u>PROPOSIZIONE</u> 2.2.- $i \in \{2,3,4\}$. $f : S \to G$ <u>regolare</u>, $f \not\sim o$ <u>e</u> $V_i^f - \{x_2,x_3,x_4\} \neq \emptyset \Longrightarrow \exists g : S \to G$ <u>regolare tale che</u> $V_i^g - \{x_2,x_3,x_4\} = \emptyset$ <u>ed</u> $f \sim g$.

<u>Dimostrazione</u>. Considerata l'applicazione $g : S \to G$ definita da $g(x_j) = f(x_j)$ per $j = 2,3,4$, $g(A) = \{v_r\}$ se $V_r^f \subseteq A$ e $g(B) = \{v_s\}$ se $V_s^f \subseteq B$ e posto $H(x,0) = f(x)$ e $H(x,t) = g(x)$ per $x \in S$ e $t \neq 0$ si ha chiaramente che g è regolare, verifica le condizioni dell'enunciato ed è regolarmente omotopa ad f tramite H.

<u>PROPOSIZIONE</u> 2.3.- $f : S \to G$ <u>regolare</u>, $V_i^f - \{x_2,x_3,x_4\} = \emptyset$ <u>per</u> $i=2,3,4$ <u>ed</u> $f(x_2) = f(x_3) = f(x_4) \Longrightarrow f \sim o$.

<u>Dimostrazione</u>. Se $f(\{x_2,x_3,x_4\}) = \{v_2\}$ e si pone $H(x,1) = v_2$ ed $H(x,t) = f(x)$ per $x \in S$ e $t \neq 1$ si ha un'omotopia tra f ed $o(v_2)$.

<u>PROPOSIZIONE</u> 2.4.- $f,g : S \to G$ <u>regolari, non omotope a costante, omotope tra loro e tali che</u> $V_i^f - \{x_2,x_3,x_4\} = V_i^g - \{x_2,x_3,x_4\} = \emptyset$ <u>per ogni</u> $i = 2,3,4 \Longrightarrow f = g$.

<u>Dimostrazione</u>. Sia $f(A) = \{v_1\}$, $g(A) = \{v_5\}$ e se $H : S \times I \to G$ è un'omotopia regolare tra f e g, poniamo

$$t' = \sup \{t \in I / V_1^H \cap (A \times \{c\}) \quad \text{è infinito} \quad \forall 0 \leq c \leq t\}$$

$$t'' = \inf \{t \in I / V_5^H \cap (A \times \{c\}) \quad \text{è infinito} \quad \forall t \leq c \leq 1\} .$$

Se t' non è un massimo, $V_1^H \cap (A\times\{t'\})$ è finito e $V_5^H \cap (A\times\{t'\})$ è finito perché $\bar{V}_1^H \supseteq \bar{A} \times [0,t']$; quindi $(V_2^H \cup V_3^H \cup V_4^H) \cap (A\times\{t'\})$ è infinito e la funzione regolare definita da $h(x) = H(x,t')$ per $x \in S$ è omotopa ad f e ad o, contro l'ipotesi. Analogamente si ottiene una contraddizione se t'' non è un minimo.

Se t' è un massimo e t'' è un minimo, si ha banalmente $t' < t''$; posto inoltre

$$s = \sup \{t \in I/(A\times\{c\}) \cap V_1^H \quad \text{è finito} \quad \forall c \leq t\}$$

$$s' = \sup \{t \in [t',s]/(A\times\{c\}) \cap V_5^H \quad \text{è finito} \quad \forall c \leq t\}$$

si ha chiaramente $t' < s' \leq s$.

Scelto $t' < t < s'$ si ha allora $(V_2^H \cup V_3^H \cup V_4^H) \cap (A\times\{t\})$ infinito per cui l'applicazione regolare definita da $h(x) = H(x,t)$, per $x \in S$, è omotopa ad f e ad o.

Sia ora invece $g(x_j) \neq f(x_j)$ per qualche $j \in \{2,3,4\}$ e sia H un'omotopia regolare tra f e g; esiste $t \in I$ tale che $H(x_j,t) \in \{v_1,v_5\}$ e quindi la funzione regolare definita da $h(x) = H(x,t)$ è omotopa ad f e ad o.

I risultati precedenti mostrano che $Q(S,G)$ ha 49 elementi.

Passando al grafo G^* duale di G si ha ancora che le funzioni costanti sono omotope tra di loro ed inoltre si prova quanto segue, con metodi del tutto analoghi a quelli già usati in precedenza.

<u>PROPOSIZIONE</u> 2.5.-Sia $f : S \to G$ una funzione regolare; si ha allora

a) V_i è infinito o è vuoto per ogni $i = 2,3,4$.

b) Se V_1 o V_5 è infinito, allora $f \sim o$.

c) $f(\{x_2,x_3,x_4\}) \cap \{x_2,v_3,v_4\} \neq \emptyset \Longrightarrow f = o$.

d) $A \cap V_i \neq \emptyset \Longrightarrow A \cap V_j = \emptyset$ per ogni $i,j \in \{2,3,4\}$ $i \neq j$.

e) $i \in \{2,3,4\}$, $A \cap V_i \neq \emptyset$ e $B \cap V_i \neq \emptyset \Longrightarrow f \sim o$.

<u>Dimostrazione.</u> a) V_i finito non vuoto $\Longrightarrow \exists j \neq i$ tale che $\bar{V}_j \cap V_i \neq \emptyset \Longrightarrow v_i \to v_j$ che è impossibile se $i = 2,3,4$.

b) $V_1 \cap A$ infinito $\Longrightarrow \bar{V}_1 \supseteq \bar{A}$; ma $v_i \not\to v_1$ per $i \neq 1$ quindi $\bar{V}_1 \supseteq B$ ed $f = O(v_i)$

c) Se $f(x_2) = v_2, V_j$ è finito (o vuoto) per $j \neq 3,4$; si ha allora $V_3 = V_4 = \emptyset$ ed $f \sim o(v_2)$.

d) Segue banalmente da a).

e) Se $A \cap V_2 \neq \emptyset$ e $B \cap V_2 \neq \emptyset$ allora $V_3 = V_4 = \emptyset$ e, come in c), $f \sim o(v_2)$

<u>PROPOSIZONE</u> 2.6.- $f : S \to G$ regolare, $f \not\sim o$ e $V_1^f - \{x_2,x_3,x_4\} \neq \emptyset \Longrightarrow$ $\Longrightarrow \exists g : S \to G$ regolare tale che $V_1^g - \{x_2,x_3,x_4\} = \emptyset$ ed $f \sim g$.

<u>Dimostrazione.</u> Identica a quella della proposizione 2.2.

<u>PROPOSIZIONE</u> 2.7.- $f : S \to G$ regolare, $V_i - \{x_2,x_3,x_4\} = \emptyset$ per ogni $i = 2,3,4$ ed $f(x_2) = f(x_3) = f(x_4) \Longrightarrow f \sim o$.

<u>Dimostrazione.</u> Analoga a quella della proposizione 2.3.

Come nell'esempio precedente si conclude che $Q(S,G^*)$ ha al più 37 elementi e non può essere in corrispondenza biunivoca con $Q(S,G)$. Anche qui si può provare, come in precedenza che gli elementi di $Q(S,G^*)$ sono esattamente 37.

3. Sia ora $S = \{x,y,y',x'\}$ e $\tau = \{\emptyset,\{x\},\{x'\},\{x,y,x'\},\{x,y',x'\}, S\}$ una topologia su S che ovviamente è quasi compatta e T_0 ma non T_1.
Sia poi G il grafo di vertici a,b,b',a' e lati $(b,a),(b,a'),(b',a),(b',a')$.

Analogamente a quanto provato nell'esempio 1 si verifica subito che
-$o(v) \sim o(w)$ per ogni coppia di vertici v,w del grafo G

-$f:S \to G$ regolare ed $f \not\sim o \Longrightarrow f(\{x,x'\}) \subseteq \{a,a'\}$, $f(\{y,y'\}) \subseteq \{b,b'\}$, $f(x) \neq f(x')$ ed $f(y) \neq f(y')$.

- $f:S \to G$ regolare, $f \sim o$ ed $f(x) \neq f(x') \Longrightarrow f(y) = f(y')$.

Si ha quindi che le funzioni non omotope a costante sono tutte e sole quelle che su x ed x' assumono valori a ed a' (o a' ed a) mentre su y ed y' assumono valori b e b' (o b' e b). Con procedimento analogo a quello della proposizione 1.5. si verifica che queste quattro funzioni regolari sono non omotope tra loro.

Poiché il grafo G è isomorfo al suo duale G^* si ha chiaramente che $Q(S,G^*)$ ha, oltre alla classe nulla, le classi costituite dalle funzioni regolari che portano bigettivamente x,x' su b,b' e y,y' su a,a'.

Considerato allora il sottospazio $S' = \{y\}$ chiuso in S e il sottografo G' di unico vertice a è evidente che $Q(S,S';G,G') = 0$ mentre $Q(S,S'; G^*,G'^*) = \{[o],[g_1],[g_2]\}$ dove g_1 e g_2 sono le due funzioni regolari di S in G^* che portano y in a.

In modo analogo si costruiscono una coppia di spazi topologici T e T' (T sia il sottospazio dello spazio S, considerato nel n. 2, formato dai segmenti congiungenti x_1 e x_5 a x_2 e ad x_3; T' sia il sottospazio chiuso di T formato dal punto x_2) ed una coppia di grafi orientati G e G' (gli stessi usati nella prima parte di questo n. 3) in modo che $Q(T,T'; G,G') = 0$ mentre $Q(T,T';G^*,G'^*)$ ha come elementi la classe nulla e quelle individuate dalle funzioni regolari $f : T \to G$, $g : T \to G$ definite da $f(A) = \{b\}$, $f(B) = \{b'\}$, $f(x_2) = a$, $f(x_3)=a'$ e da $g(A) = \{b'\}$, $g(B) = \{b\}$, $g(x_2) = a$, $g(x_3) = a'$, dove con A indichiamo l'unione dei segmenti aventi un estremo in x_1 privati di x_2 e x_3 e con B indichiamo $S-\bar{A}$.

Concludiamo osservando che gli esempi dati qui non contraddicono i teoremi di dualità 9 e 19 dati in [3] per le classi di omotopia completamente regolare poiché tutte le applicazioni non omotope a zero ottenute negli esempi di questo lavoro sono regolari ma non completamente regolari

B I B L I O G R A F I A

[1] BURZIO M. and DEMARIA D.C., *A normalization theorem for regular homotopy of finite directed graphs*, da pubblicare su Rend. Circ. Mat.Palermo(Preprint in Quaderni Ist.Matem.Univers.Lecce,n.17,1979)

[2] BURZIO M. and DEMARIA D.C., *The first normalizazion theorem for regular homotopy of finite directed graphs*,da pubblicare su Rend.Ist.Matem.Univers.Trieste(Preprint in Quaderni Ist.Matem.Univers.Lecce, n.7 ,1980)

[3] BURZIO M. and DEMARIA D.C. *Duality theorems for regular homotopy of finite directed graphs*, da pubblicare

[4] GIANELLA G.M., *Su un'omotopia regolare dei grafi*,Rend.Sem. Univers. Polit. Torino, 35,1976-77

[5] KOWALSKY H. J., *Topological Spaces*, Academic Press, 1964.