

3. - DESCRIZIONE DEL MODELLO STRATEGICO . -

Quanto è stato detto precedentemente è inseribile direttamente nei processi aleatori caratterizzanti l'attività di gestione delle Compagnie di Assicurazione.

Questo inserimento implica, però, un certo numero di ipotesi che tendono sostanzialmente ad ammettere che una descrizione degli stati futuri del "mondo" possa essere effettuata in termini di probabilità e che di conseguenza un problema di ottimizzazione possa essere espresso in termini di speranza matematica.

L'assioma di composizione visto in precedenza, ci porta a descrivere, seguendo il corso normale del tempo, gli stati del mondo in termini di probabilità e dedurre quindi la speranza matematica alla fine di ciascuno stato.

In tal modo, risalendo il corso del tempo, possiamo definire di stato in stato, una strategia che sia ottimale per l'Impresa assicurativa onde questa possa assicurarsi un guadagno medio positivo al termine dell'operazione finanziaria. Ogni fase di questo processo di iterazione di stato in stato, fornisce simultaneamente la speranza matematica e la strategia ottimale per lo stato successivo. E' necessario, dunque, per un'impresa assicurativa, scegliere una strategia di comportamento che potrà essere completa o incompleta [13], ma che comunque, per un dato tipo di sinistri, fornisca un rapporto costante tra il premio richiesto ed il montante del capitale assicurato [14]. E ciò perché, qualunque sia la strategia adottata dalla Impresa assicurativa, questa non ha che da effettuare operazioni a guadagno medio probabile positivo tali che possano stabilire contemporaneamente un compromesso tra il pieno di conservazione ed i rischi di rovina, e ciò al fine di non compromettere la propria stabilità.

Supponiamo, allora, che un'Impresa assicurativa disponga, ad un dato

istante di un portafoglio Z_{n-1} , e che inoltre successivamente al periodo già considerato, entreranno a far parte del portafoglio dell'Impresa, ulteriori polizze D_n , con le quali essa realizzerà un guadagno medio aleatorio X_n , di cui conosciamo la legge di probabilità [11] [12] [13] [15], ma non il valore effettivo che assumerà.

Per esempio la funzione di ripartizione di X_n sarà:

$$(4) \quad F_n(x, x_{n-1}) = \text{Prob}\{X_n \leq x | x_{n-1}\}$$

il che significa che la legge di probabilità di X_n dipende dal valore x_{n-1} assunto da X_{n-1} , ossia che, la successione di polizze stipulate che entrano a far parte del sistema aleatorio, sono in catena semplice.

Conveniamo di indicare con a_n le spese di acquisizione dei contratti assicurativi, con b_n le spese di gestione dell'impresa, con c_n il livello di rischiosità che assume l'Impresa stessa. La strategia σ fissata allora ad un dato istante, è una speranza matematica e deve rappresentare una relazione atta alla determinazione di una decisione condizionale D_n in funzione di tutti i dati del momento, H_n , supposti noti. Una tale relazione può per esempio essere del tipo funzionale:

$$(5) \quad D_n(H_n) = \phi(n; a_n; b_n; c_n; Z_{n-1}; x_{n-1}; F_n)$$

che abbiamo definito come strategia completa. Intendendo per strategia incompleta quella strategia in cui si verifica nella (5) la mancanza di uno o più dati riguardanti la decisione. E' chiaro che una tale strategia deve essere revisionata periodo per periodo. Comunque, però, il risultato in termini di decisione D_n sarà lo stesso qualunque

sia il volume del portafoglio dell'Impresa assicurativa all'atto della decisione.

Ma dobbiamo ancora formulare alcune ipotesi essenziali, se vogliamo, seguendo il corso normale del tempo, ricercare l'optimum della strategia. Tali ipotesi si rendono necessarie poiché, descrivendo gli stati del mondo in termini di probabilità, l'Impresa può far corrispondere ad una strategia qualunque, una previsione e descrizione della sua attività futura e quindi dei suoi futuri risultati, espressi sempre in termini di probabilità, e dedurre quindi la speranza matematica attualizzata di tali risultati [13].

Ipotesi a Tutti gli stati del mondo, realizzabili nel futuro, possono essere definiti anticipatamente.

Ipotesi b All'inizio del periodo t , l'Impresa assicurativa sulla base dell'insieme delle informazioni attuali p^h_t di cui dispone, e della decisione D_t che ha preso, fa corrispondere a ciascun "stato", capace di realizzarsi durante il periodo t , una probabilità soggettiva (del tipo Bayesiano) ben definita ad un guadagno medio altrettanto ben definito.

Ipotesi c L'optimum dell'Impresa scaturisce quando si massimizzano (o minimizzano) certe speranze matematiche.

Ipotesi d I dati anteriori alla decisione dell'Impresa assicurativa possono essere ignorati da questa all'inizio del periodo t , quindi non vanno considerati preliminari né pregiudiziali a D_t .

In tal modo, il modello, che stiamo per formulare, si compone di due parti:

- 1°) L'Impresa di assicurazione di cui studiamo il comportamento.
- 2°) Il rimanente dell'universo, che indichiamo con il termine "mondo".

Lo sviluppo del modello avviene per periodi elementari successivi a partire da un istante iniziale prestabilito. Conveniamo inoltre di assumere come periodo elementare t , l'intervallo di tempo compreso fra due decisioni successive dell'Impresa, D_t, D_{t+1} . Dobbiamo ancora osservare che l'Impresa, non appena presa la decisione D_t , passa dallo stato aleatorio a quello noto; cioè dallo stato S_t ad s_t . Ma nel momento in cui l'Impresa è sul punto di prendere la decisione D_t , supponiamo, per ipotesi, che questa conosca:

a) la serie passata degli stati del mondo:

$$s_1, s_2, \dots, s_{t-1} \quad \text{cioè} \quad p^s_t$$

b) la serie passata delle proprie decisioni:

$$D_1, D_2, \dots, D_{t-1} \quad \text{cioè} \quad p^D_t$$

L'insieme dei dati a) e b) lo indicheremo con p^h_t . A ciascun insieme di informazioni p^h_t , a ciascuno degli s_t ed a ciascuna delle D_t , l'Impresa assicurativa può far corrispondere una spesa totale d'esercizio ben definita, che indichiamo con $C_t(p^h_t, s_t, D_t)$, sostenuta durante l'esercizio nel periodo t in funzione dei prezzi di mercato, dei tassi, dei sinistri risarciti, ecc. . Conveniamo ancora di indicare le variabili aleatorie con le lettere maiuscole e queste, una volta divenute note, le indicheremo con le lettere minuscole corrispondenti.

4. - FORMULAZIONE DEL MODELLO DI STRATEGIA. -

Cominciamo con il dire che l'Impresa assicurativa trovandosi a scegliere tra decisioni condizionate da informazioni che abbiamo indicato come