

UN TEOREMA DI PUNTO FISSO PER
TRASFORMAZIONI SU UNO SPAZIO
UNIFORME DI HAUSDORFF CON UNA
ITERATA CONTRATTIVA IN OGNI
PUNTO (*)

Vincenzo CONSERVA (**)

SUMMARY.- A theorem of fixed point for mappings on Hausdorff uniform spaces is shown. As a consequence, the generalized Banach contraction principle of CHENG-MING LEE ([2]: Teorema 1) is obtained.

Introduzione. Sia E un insieme non vuoto e sia P una famiglia non vuota di pseudometriche su E tale che la famiglia $(S(p,r))_{p \in P, r \in R_+^*}$ (1) risulta sub-base per una struttura uniforme di Hausdorff su E , dove

$$S(p,r) = \{(x,y) \in E \times E \mid p(x,y) < r\}$$

Sia inoltre, T una trasformazione di E in E . In un recente lavoro ([2]) CHENG-MING LEE prova il seguente risultato. Se E è sequenzialmente completo (cioè ogni successione di Cauchy in E converge) e se è verificata la seguente condizione:

(BRS) Per ogni $x \in E$ esiste $n(x) \in N$ e per ogni $p \in P$, esiste una funzione $\lambda_p : R_+ \rightarrow [0,1)$ monotona decrescente in R_+^* tale che, per ogni fissato $x \in E$, la seguente disuguaglianza

$$p(T^{n(x)} x, T^{n(x)} y) \leq \lambda_p(p(x,y)) \cdot p(x,y)$$

valga per ogni $y \in E$ e per ogni $p \in P$, allora T ha un unico punto fisso

(*) Entrato in redazione il

(**) Indirizzo dell'autore: Istituto di Analisi Matematica - Via Nicolai, 2

70121 - B A R I

(1) Qui e nel seguito si pone $R_+^* =]0, +\infty)$, $R_+ = [0, +\infty)$

mentre con N si denota l'insieme degli interi naturali.