

Come non pensare allora che una modificazione sostanziale della matematica indotta da un programma che la riduce agli interi, si accordi nella realtà con la modificazione prodotta dal sempre più intenso uso dei computer nella ricerca scientifica?

Una matematica Materialista?

Dissenso sostanziale nei confronti delle posizioni comunemente sostenute dai matematici si trova espresso anche nel punto di vista di Chandler Davis. Si critica il matematico che "persegue la teoria senza rapportarla alla pratica" si critica la matematica come "scienza da poltrona" che "evita il rapporto con una pratica specificata perché generalizza" (89). Dovrebbe invece essere "materialista", non "idealista" o "platonista" perché non è la mente che la fa esistere o la rende conoscibile bensì il suo collocarsi nell'"universo reale che noi osserviamo attraverso i nostri sensi e di cui il nostro corpo è parte", inoltre bisogna

collocare la matematica nel suo contesto sociale, capire la sua genesi sociale ed il suo impatto sulla società (90).

Quanto il matematico bourbakista è corporativo, perché si preoccupa essenzialmente di tirare fuori teoremi dal proprio orticello e cerca la legittimazione del proprio fare matematica all'interno del proprio modello produttivo e del proprio gruppo, tanto questo matematico "materialista" la trova fuori. Diventano così centrali le questioni dell'esistenza degli oggetti matematici, della loro utilizzazione, del rapporto con l'esperienza. Ritroviamo qui quella che forse è l'unica costante della "filosofia spontanea" dei matematici, cioè una larga indifferenza ai problemi dei fondamenti, come problema solo logico.

Uno semplicemente fa matematica seguendo certe regole; queste regole includono (devono includere? in ogni caso di fatto includono) quelle che non hanno apparente giustificazione se non su ipotesi platoniste di esistenza.

(89) Davis 1974 p. 38

(90) Ibidem p. 37,39.

Focalizzare l'attenzione sulla teoria dei tipi o sull'assioma della scelta significa non cogliere il segno. Se le nostre affermazioni matematiche hanno da essere definite esse non debbono basarsi sulla possibilità di procedimenti di ricerca certamente impossibili (91).

Si cita Bishop e si accolgono blandamente le obiezioni intuizionistiche contro il principio del terzo escluso.

- ... esistenza matematica è possibilità di uso nel ragionamento matematico nel ruolo di un nome - di - oggetto esistente,

ma questa definizione interna non basta:

Il XIX secolo aveva non solo prodotto ed ammirato la teoria delle funzioni di variabile complessa, ma anche fatto cose con essa. L'analisi classica era stata sottoposta alla verifica della consistenza nell'uso (un argomento molto diverso dalla dimostrazione di consistenza). Era stata sottoposta alla verifica del servizio fornito ad una teoria fisica verificabile - persino al test di trasferibilità ad una teoria fisica nuova(92).

Essendo la matematica una "scienza viva in relazione con le altre scienze, come una attività umana i cui prodotti sono espressioni umane "bisogna rispettare gli analisti classici del XX secolo che non vedendo un fondamento alternativo finirono per "accettare il platonismo come ipotesi di lavoro" (ci si ricordi di Dieudonné).

Al platonismo sta per essere data la migliore patente di materialismo (od almeno di pragmatismo)... Io penso di no. Penso che <<je n'ai pas besoin de cette hypothèse>>.

Infatti basta privilegiare la pratica:

l'attitudine alla impazienza pragmatica ci aiuterebbe ad evitare l'illusione di una perfezione già raggiunta, una delle fonti della reificazione (93).

(91) Ibidem p. 43,42

(92) Ibidem p. 40,44 sott. dell'autore.

(93) Ibidem p. 44-46.

E' chiaro in questo quadro che il problema della verità, e del rigore diventano secondari ed assumono ad esempio aspetti del tutto contrastanti con la filosofia bourbakista.

La nostra convinzione che nessuna esperienza potrebbe falsificare un teorema vero è correlata alla nostra capacità di dichiarare ciò vero a priori senza aver fatto appello all'esperienza.

Si cita Struik

la loro verità più intima segue dal fatto che essi rappresentano relazioni oggettive nel mondo materiale

e si asserisce che la verità matematica è più simile che non si creda a quella empirica.

Perché la matematica contiene asserzioni specialmente immuni alla falsificazione? Arguisco che questa immunità vada spiegata non come indifferenza all'esito di esperimenti ma come invarianza rispetto ad un vantaggio relativamente ampio di esiti alternativi. Una teoria matematica è un sistema di asserzioni che, noi presumiamo, relativamente ad altri sistemi, rimarranno valide o cadranno insieme; e che (lasciatemi aggiungere) ci aspettiamo che siano valide in qualche posto.

E' una differenza di grado, non una separazione netta dalle altre scienze empiriche.

Il nostro rigore risulterebbe dalla verifica ingegnosa del significato di nuovi passi, non dal rifiuto di farli (94).

- Assistiamo qui ad uno spostamento dal criterio di verità al criterio di "interesse" analogo a quello bourbakista, perché generato da cause simili. Ma ben altra è la consapevolezza ideologica e soprattutto Chandler Davis risolve il nuovo criterio abolendo la separazione dal mondo e non ribadendo la funzione della corporazione.

(94) Ibidem p. 48,49,64.

Ciò che in matematica corrisponde al rifiuto di una teoria empiricamente falsa è la decisione che una certa area è irrilevante o non interessante... Capisco la 'verità matematica' nel modo che corrisponde al mio capire l'esistenza matematica'... una proposizione matematica è vera ogni qualvolta può essere trattata nel ragionamento matematico nello stesso modo con cui una asserzione fattuale viene trattata nel ragionare sulle cose obiettive ... Se viene privata quindi del criterio di rilevanza e di interesse la verità matematica rimane un criterio unilaterale e super-accademico.

La soggettività dei criteri di interesse si supera perché

Un buon pezzo di matematica è potenzialmente utilizzabile nel fare asserzioni fattuali attorno al mondo obiettivo.

Ma se è sufficiente l'essere potenzialmente utilizzabile non si corre il rischio che il criterio si vanifichi, perché la matematica può pensarsi tutta, prima o poi, potenzialmente applicabile? Nonostante questa evidente obiezione e lo scontro quindi di paradigmi con i criteri formalistico-assiomatici, il matematico materialista non rinuncia ai suoi, perché ritiene che gli altri siano "egualmente sottili, egualmente dipendenti da congetture riguardo alla futura evoluzione della scienza, e meno chiari". Ma soprattutto "la teoria si sviluppa meglio in rapporto con la pratica" (95).

- Di fronte alle tante applicazioni che si danno oggi dei vari settori della matematica, il criterio del riferimento al mondo reale non può bastare a dare unità, perché rimane astratto, specie per un materialista così pragmatico. Bisogna costruire i ponti tra un settore e l'altro, ma senza pretendere una riduzione a qualche principio ultimo. La biologia ha guadagnato dal suo rapporto con la fisica ma sarebbe errato dire che la biologia si fonda sulla fisica, ci ricorda Davis (96).

(95) Ibidem p. 50-52,37

(96) Ibidem p. 60-61

- Il criterio di rilevanza non può quindi ridursi bourbakisticamente ad individuare i settori ultimi o più generali della matematica, ma diventa un criterio di coerenza ideologica complessiva con cui passare in rassegna i molti settori della matematica.

Così spesso c'è accordo che il più generale sia più matematico ...
Ma il più generale non è sempre la migliore matematica, con qualsiasi criterio (97).

Si rifiutano i ragionamenti sugli insiemi infiniti, ma non ci si riduce agli interi, come se $2+2 = 4$ fosse l'intera matematica. "Fare manipolazioni geometriche è una forma di ragionamento matematico" autonomo. La geometria non va ridotta agli interi od all'analisi matematica, nonostante l'opinione della maggioranza dei matematici.

Il continuo lineare può essere manipolato con la stessa utilità e confidenza delle idee della geometria euclidea.

Lo stesso si può dire della topologia elementare sintetica (problema dei quattro colori). Questo "continuo" non va tanto pensato come l'infinito attuale dei formalisti, ma - proprio perché non è autonomo anche se poggia sul l'intuizione - come oggetto geometrico connesso ed infinitamente divisibile. Non dobbiamo però vederci "l' insieme di tutti i sottoinsiemi di un insieme finito non numerabile ed altri mostri di cui dubito l'esistenza" (98). L'aritmetica e la geometria euclidea sono aree salde, mentre asserzioni come "ogni numero reale è o razionale o irrazionale" sono privi di senso. Ma non è necessario ridurre l'analisi ad uno schema di programmi di calcolo per l'analisi numerica per ottenere una legittimazione, basta pensare ai reali come ad un campo archimedeo, ordinato e completo. Si prendono quindi nettamente le distanze dai costruttivi e dagli intuizionisti perché "la topologia è una teoria significativa "ed inoltre" il ponte tradizionale tra essa e l'analisi ha qualche senso", mentre non usare le funzioni discontinue "comporta

(97) Ibidem p. 53-54

(98) Ibidem p. 56-58

intollerabili circonlocuzioni" (99).

Chandler Davis non "crede" al teorema di Heine-Borel, ma valorizza la teoria di variabile complessa, ha un vecchio amico nello spazio di Hilbert L^2 anche se non tutti i suoi elementi possono identificarsi con funzioni. Crede ai reali non-standard, come crede alle derivate fatte, in molte teorie fisiche rispettabili, rispetto ad una variabile discreta, ma esita davanti alla loro fondazione sui modelli logici (100).

- Abbiamo assistito in questo caso ad una esplicita chiamata alla ribalta dell'ideologia che è presente - come sempre - anche in tutte le altre posizioni, ma che veniva smentita e mascherata, o trattata con un po' di vergogna. Anche quando viene rivendicata esplicitamente come da Robinson essa ricopre un ruolo non preponderante rispetto alla trattazione matematica tecnica. In questo lavoro di Davis invece le categorie sono esplicitamente filosofiche - idealismo, platonismo, materialismo - ed il programma viene proposto esplicitamente in rapporto ad esse. E' della maggiore importanza notare infine come anche questo nostro matematico "materialista" non esiti a far pesare il suo punto di vista ideologico su teoremi e su teorie matematiche particolari trasformandolo in giudizio di valore.

Il ruolo della storia nella critica all'assetto assiomatico-formale delle matematiche.

Nella nostra analisi dei diversi punti di vista abbiamo cominciato dalle posizioni dei matematici attivi perché in genere si pensa-erroneamente- che nelle questioni scientifiche la dissidenza possa essere al più metafisica (questa volta nel senso positivistico e spregiativo del termine), filosofica e legata solo a qualche personale sogno programmatico. Ma si intende che lo spettro va allargato anche alle posizioni di chi matematico attivo non è prevalentemente o non è affatto. Si perde spesso il riferimento alla pratica

(99) Ibidem p. 59-60,62

(100) Ibidem p. 60,62,63.