

## 1. Premessa. -

E' noto dalla letteratura, [1], [2], [3], [4], che il procedimento più adoperato per la costruzione di tavole di mortalità, è quello che sfrutta contemporaneamente, il risultato di un censimento demografico ed una statistica di mortalità nella quale è compresa la data del censimento. Sono altrettanto noti i tre metodi fondamentali per la perequazione delle tavole:

- a) metodo analitico: [1], [2], [3] adoperato soprattutto da Gomperts (1825) e da Makeham (1860). Questo metodo verrà anche adoperato in seguito da De Moivre, Dormoy, Lambert, Achard, ed altri.
- b) Metodo meccanico: adoperato da Wittstein, Finlaison e Woolhouse (applicato particolarmente alle tavole inglesi), ed altri come Karup e Vinci.
- c) metodo grafico: per il quale il Karup sfrutta una perequazione osculatrice.

Si conoscono altresì i quattro tipi fondamentali di tavole di mortalità [1]

- 1) Tavole aggregate
- 2) Tavole selezionate
- 3) Tavole ridotte
- 4) Tavole compatte.

Orbene, il mio metodo per la costruzione di tavole di mortalità è fondamentalmente basato sulla celebre Memoria presentata, sotto forma di comunicazione, alla Società Reale di Londra da Graunt, nella quale in base agli studi condotti su rilevazioni desunte dai registri del Comune tenuti dal clero (diptyca) di Londra, poté rilevare l'incidenza esercitata sulla mortalità da diverse circostanze quali, ad esempio: stagione, professione, età, condizione di salute, stato igienico, ... ecc. . E' Graunt appunto che fa menzione della costanza nella proporzione dei sessi nella popolazione da egli considerata complessivamente. Dopo Graunt l'Halley [5] fu il primo compilatore di tavole di mortalità sfruttando il

lavoro di Graunt. Queste tavole rivestono, come è noto, una importanza fondamentale nella gestione di una impresa assicurativa.

## 2. Tavole di vita e catene di Harkov.

Nella costruzione delle tavole di sopravvivenza, il criterio informativo dell'elencare numericamente il numero delle persone viventi di età  $x$  per anni successivi ( $x = 0, 1, 2, \dots, \omega$  con  $\omega =$  età estrema), risulta più adatto se si confronta il numero dei viventi con un gruppo di persone di età avanzata.

Tale procedura però, molte volte fornisce una valutazione errata della funzione di sopravvivenza.

Chiang (1968) e Keyfitz (1968) [17] [18] hanno infatti messo in rilievo che, non è tanto importante la valutazione di  $l_x$ , quanto invece lo è la proporzione  $p_x (q_x = 1 - p_x)$  degli individui che sopravvivono (muoiono) nell'intervallo di tempo  $(x, x+1)$ .

Se risultano note queste quantità possiamo, in modo molto sintetico, calcolare gli elementi delle altre colonne che formano una tavola di sopravvivenza.

Per illustrare nel modo più semplice possibile i due modi di procedere per la costruzione delle tavole in questione, formuliamo le seguenti ipotesi:

Ip a. In un periodo di sei anni si possono osservare sei gruppi limitati artificialmente ad una popolazione di 10.000 persone tra maschi e femmine.

Ip b. Il numero dei viventi di ciascun gruppo si presume noto al primo gennaio di ogni anno.

Ip c. Tutte le persone appartenenti al gruppo muoiono durante il loro sesto anno di vita.

Otteniamo così le due seguenti tavole di vita [15].

Tavola 1 Numero di individui vivi all'età x

Età x	1961	1962	1963	1964	1965	1966
0	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000
1	9.478	9.464	9.447	9.493	9.540	9.553
2	9.367	9.427	9.418	9.404	9.450	9.507
3	9.277	9.343	9.406	9.403	9.385	9.436
4	9.267	9.263	9.330	9.394	9.395	9.374
5	9.227	9.258	9.252	9.321	9.386	9.388
6	9.210	9.220	9.252	9.245	9.315	9.379

Tavola 2 - Numero individui morti tra l'età x ed x+1

Età x	1961	1962	1963	1964	1965	1966
0-1	522	536	553	507	460	447
1-2	49	51	46	43	43	33
2-3	21	24	21	15	19	14
3-4	13	14	13	12	8	11
4-5	8	9	11	9	8	7
5-6	9	7	6	7	6	7

Possiamo rapidamente osservare che per ciascun gruppo è possibile calcolare sia la proporzione  $\hat{p}'_x = \frac{l'_{x+1}}{l'_x}$  dei sopravvissuti nell'intervallo di tempo (x,x+1), sia la proporzione dei deceduti nello stesso intervallo

10  $\hat{q}'_x = \frac{l'_x - l'_{x+1}}{l'_x}$ . Tali proporzioni sono qui adoperate per mettere

in evidenza soprattutto quantità basate su dati di gruppo.

Per comodità, queste,  $\hat{p}'_x$ , le riportiamo nella tavola seguente:

Tavola 3 - Tassi di sopravvivenza. -

	1961	1962	1963	1964	1965	1966
$\hat{p}'_0$	0,9478	0,9464	0,9447	0,9493	0,9540	0,9553
$\hat{p}'_1$	0,9883	0,9961	0,9969	0,9906	0,9905	0,9952
$\hat{p}'_2$	0,9904	0,9911	0,9987	0,9999	0,9931	0,9925
$\hat{p}'_3$	0,9989	0,9914	0,9919	0,9990	1,0000	0,9934
$\hat{p}'_4$	0,9957	0,9995	0,9916	0,9922	0,9990	1,0000
$\hat{p}'_5$	0,9981	0,9959	1,0000	0,9918	0,9924	0,9990

Abbiamo inoltre la seguente tavola per  $\hat{q}'_x$

Tavola 4 - Tassi di mortalità. -

	1961	1962	1963	1964	1965	1966
$\hat{q}'_0$	0,0522	0,0536	0,0553	0,0507	0,0460	0,0447
$\hat{q}'_1$	0,0117	0,0039	0,0031	0,0094	0,0095	0,0048
$\hat{q}'_2$	0,0096	0,0089	0,0013	0,0001	0,0069	0,0075
$\hat{q}'_3$	0,0011	0,0086	0,0081	0,0010	0,0000	0,0066
$\hat{q}'_4$	0,0043	0,005	0,0084	0,0078	0,0010	0,0000
$\hat{q}'_5$	0,0019	0,0041	0,0000	0,0082	0,0076	0,0010

Facciamo notare che queste proporzioni sono state scelte deliberatamente: i miglioramenti nell'igiene e nelle cure mediche hanno causato continuamente aumenti nei tassi di sopravvivenza. Dovremmo in effetti scrivere per la prima riga della tavola 3, i valori

$$\hat{p}'_0(1961) = 0,9478, \hat{p}'_0(1962) = 0,9464, \hat{p}'_0(1963) = 0,9447$$

$$\hat{p}'_0(1964) = 0,9493, \hat{p}'_0(1965) = 0,9540, \hat{p}'_0(1966) = 0,9553$$

per indicare che queste sono percentuali di sopravvivenza per un gruppo di età compresa tra 0 ed 1 anno per l'anno 1961-62. I valori  $\hat{p}'_x(t)$  nelle righe successive sarebbero similmente distinti per l'anno in cui venga raggiunta l'età  $x$ .

Esaminiamo ora un altro importante risultato che possiamo dedurre dalla conoscenza delle tavole precedenti. Consideriamo come anno base il 1966, ci chiediamo: quanti saranno gli individui di età  $x$  nel 1966, che saranno vivi nel 1967?

Osserviamo, dalla tabella 2, che le proporzioni  $\hat{p}'_x(1966)$  sono identiche a quelle della diagonale nord-est  $\hat{p}'_x(1966)$ . Abbiamo infatti le seguenti tavole.

Tavola 5 - Dati e tassi di sopravvivenza per il 1966-67. -

Intervallo di età da $x$ a $x+1$ anni	Numero $l_x$ di viventi alla età $x$ nel 66	Numero $l_{x+1}$ viventi all'età $x+1$ nel 67	Proporzione $\hat{p}'_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$ di sopravvissuti dall'età $x$ a $x+1$
0-1	10.000	9.553	0,9553
1-2	9.540	9.450	0,9905
2-3	9.404	9.403	0,9999
3-4	9.406	9.330	0,9919
4-5	9.263	9.258	0,9995
5-6	9.227	9.210	0,9981

Tavola 6 - Tipica tavola di vita corrente per il 1966-67.-

Intervallo di età da x ad x+1 anni	Numero $l_x$ di viventi alla età x	Numero $d_x$ di morti tra x e x+1	Proporzione $\hat{q}_x = \frac{d_x}{l_x}$ di morti in $(x, x+1)$	Proporzione $\hat{p}_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$ di sopravvissuti in $(x, x+1)$
0-1	10.000	447	0,0447	0,9553
1-2	9.553	46	0,0042	0,9951
2-3	9.507	71	0,0075	0,9925
3-4	9.436	62	0,0066	0,9934
4-5	9.374	0	0,0000	1,0000
5-6	9.388	9	0,0010	0,9990

E' importante adesso osservare che, se vogliamo mettere in evidenza il rapporto tra la tavola di vita corrente ed i processi di gruppo, dobbiamo necessariamente usare una catena di Markov.

Ciò è possibile farlo perché [7] [16] :

a) abbiamo un vettore delle probabilità iniziali del tipo  $p^{(0)} = (p_1^{(0)}, \dots, p_k^{(0)})$ , le cui componenti sono le probabilità con cui il sistema si trova nei vari stati al tempo zero, e tale che

$$(1) \quad p_i^{(0)} = P(S_0 = i) \quad \text{con } i = 1, 2, \dots, k$$

b) abbiamo una matrice di transizione i cui  $k^2$  elementi  $p_{ij}$  ( $i = 1, \dots, k; j = 1, \dots, k$ ) rappresentano le probabilità che il sistema passi dallo stato  $i$  al tempo  $x$  allo stato  $j$  al tempo  $x+1$ ; cioè tale che

$$(2) \quad p_{ij} = P(S_{x+1} = j | S_x = i) \quad x = 1, 2, 3, \dots$$

c) abbiamo i vincoli

$$(3) \quad \sum_{i=1}^k p_i^{(0)} = 1 \quad , \quad \sum_{j=1}^k p_{ij} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, k$$

Dalle tavole 5 e 6 quindi, si possono ricavare i rapporti di sopravvivenza  $\hat{p}'_x(t)$  relativamente all'anno  $t = 1966$  e quindi la probabilità di sopravvivenza da  $t = 1966$  a  $t+1 = 1967$ . Possiamo allora scrivere la matrice di transizione  $P(t) = \{p_{ij}(t)\}$  delle probabilità di sopravvivenza dall'anno  $t = 1966$  all'anno  $t+1 = 1967$ .

Riportiamo tale matrice osservando che gli stati 0,1,2,3,4,5, rappresentano l'età  $x$  dei sopravvissuti, mentre lo stato 6 rappresenta la morte.

Tavola 7  $P(1966) =$

0	1	2	3	4	5	6
0	$\hat{p}_0 = 0,9553$					$\hat{q}_0 = 0,0447$
1		$\hat{p}_1 = 0,9951$				$\hat{q}_1 = 0,0049$
2			$\hat{p}_2 = 0,9925$			$\hat{q}_2 = 0,0075$
3				$\hat{p}_3 = 0,9934$		$\hat{q}_3 = 0,0066$
4					$\hat{p}_4 = 1$	$\hat{q}_4 = 0$
5						$\hat{q}_5 = 0,0010$

E' chiaro che si possono costruire altre matrici di questo tipo spostandosi in anni differenti.

Bisogna osservare che se il processo è stazionario, allora la distinzione tra le probabilità di sopravvivenza  $\hat{p}_x$  attuale e  $\hat{p}'_x$  per il gruppo di tavole di vita diviene inutile, e la notazione  $\hat{p}_x$  per  $\hat{p}_x(t) = \hat{p}'_x(t)$  risulta valida per entrambe. Risulta assai raro invece il caso, che  $\hat{p}_x, \hat{p}'_x$  siano alcune volte considerate uguali in prima approssimazione. E' importante comunque insistere sulle notazioni generali  $\hat{p}_x(t)$  e  $\hat{p}'_{(x)}t$  per evidenziare la

dipendenza dal tempo del processo base della popolazione.

### 3. Catena binomiale di Markov in tempo discreto. -

Abbiamo visto che la (2) dà luogo ad un sistema omogeneo dal momento che  $p_{ij}$  è la stessa qualunque sia l'età  $x$ . Applichiamo allora il metodo descritto dianzi ad un sistema omogeneo. Vedremo dopo cosa accade se il sistema non è omogeneo.

Sappiamo che le distribuzioni di probabilità per il numero dei superstiti ed il tempo di estinzione di un gruppo in tempo discreto, basato sulla probabilità di sopravvivenza empirica  $\hat{p}'_x(t)$ , si possono ricavare semplicemente mediante sviluppo in serie binomiale [3][4].

Supponiamo che in un gruppo di dimensioni iniziali  $l'_0$ , la probabilità di sopravvivenza di un individuo (appartenente al gruppo) dall'età  $x$  all'età  $x+1$  sia  $p$ , indipendente dall'età o dal tempo.

Iniziando con  $l'_x$  individui vivi all'età  $x$ , la probabilità del numero  $l'_{x+1}$  di superstiti dopo l'intervallo  $(x, x+1)$  è dato allora da:

$$(4) \quad P_r \left\{ \begin{array}{c} l'_{x+1} \\ l'_x \end{array} \right\} = \binom{l'_x}{l'_{x+1}} p^{l'_{x+1}} (1-p)^{l'_x - l'_{x+1}}$$

Orbene, la (4) esprime le probabilità di transizione che governano una catena di Markov del tipo  $\{l'_x\}_{x=0}^{\omega}$ ; gli stati di questa catena sono i numeri di sopravvivenuti  $0, 1, 2, \dots, l'_0$ .

E' chiaro che la distribuzione globale dei superstiti  $l'_1, \dots, l'_k (k < \omega)$  è data da:

$$(5) \quad P_r \left\{ \begin{array}{c} l'_1, \dots, l'_k \\ l'_0 \end{array} \right\} = \prod_{x=0}^{k-1} \binom{l'_x}{l'_{x+1}} p^{l'_{x+1}} (1-p)^{l'_x - l'_{x+1}}$$

La distribuzione di  $l'_k$ , sarà allora espressa da:



$$(6) \quad P_r \left\{ \frac{l'_k}{l'_0} \right\} = \begin{pmatrix} l'_0 \\ l'_k \end{pmatrix} (p^k)^{l'_k} (1-p^k)^{l'_0 - l'_k}$$

dove non si tiene conto di  $l'_1, \dots, l'_{k-1}$  dato che la probabilità di sopravvivenza al tempo  $k$  sarà  $p^k$ .

Risulta che il tempo  $T$ , di estinzione del gruppo ci è fornito dalla relazione

$$(7) \quad P_r \{T = \tau\} = P_r \{l'_x = 0\} - P_r \{l'_{x-1} = 0\} = \\ = (1-p^\tau)^{l'_0} - (1-p^{\tau-1})^{l'_0}.$$

Questa è una catena di Markov con matrice di transizione  $\{l'_x\}$ .

Si possono confrontare questi risultati con quelli ottenuti da Chiang [17], capitolo 10.

Se adesso facciamo l'ipotesi della non omogeneità della catena di Markov  $\{l'_x\}_{x=0}^\omega$  ed in cui le probabilità di sopravvivenza  $\hat{p}'_x(t)$  dipendono contemporaneamente dall'età e dal tempo, otteniamo analoghi risultati.

Infatti la (4) in questo caso rimane identica nella forma, salvo che dobbiamo sostituire a  $p$  la  $\hat{p}'_x(t)$ . Con tale sostituzione la distribuzione dei sopravvissuti  $l'_1, \dots, l'_k$  ( $k \leq \omega$ ) è data da:

$$(8) \quad P_r \left\{ \frac{l'_1, \dots, l'_k}{l'_0} \right\} = \prod_{x=0}^{k-1} \binom{l'_x}{l'_{x+1}} \hat{p}'_x(t)^{l'_{x+1}} \hat{q}'_x(t)^{l'_x - l'_{x+1}}$$

Se  $k = \omega$ , possiamo scrivere  $d'_0 = l'_0 - l'_1, \dots, d'_\omega = l'_\omega - l'_{\omega+1} = l'_\omega$

per i decessi consecutivi rispettivamente agli intervalli di età.

La (8), in tal caso, ci porta a scrivere

$$(9) P_r \left\{ \frac{d'_0, \dots, d'_\omega}{d'_0! \dots d'_\omega!} \right\} = \frac{l'_0}{d'_0! \dots d'_\omega!} \hat{q}'_0(t) \{ \hat{p}'_0(t) \hat{q}'_1(t+1) \}^{d'_1} \dots \dots ,$$

$$\{ \hat{p}'_0(t) \hat{p}'_1(t+1) \dots \hat{p}'_{\omega-1}(t+\omega-1) \hat{q}'_\omega(t+\omega) \}^{d'_\omega}$$

dove  $\hat{q}'_\omega(t+\omega) = 1$ , e le probabilità di morte, con  $1 \leq k \leq \omega$  date dalla:

$\hat{p}'_0(t) \dots \hat{p}'_{k-1}(t+k-1) \hat{q}'_k(t+k)$ , soddisfano l'equazione

$$\hat{q}'_0(t) + \hat{p}'_0(t) \hat{q}'_1(t+1) + \dots + \hat{p}'_0(t) \hat{p}'_1(t) \hat{p}'_1(t+1) \dots \hat{p}'_{\omega-1}(t+\omega-1) = 1$$

L'equazione (9) che abbiamo ricavato, migliora l'approssimazione fornita da Chiang [17, pag. 225], e ciò proprio perché abbiamo tenuto presenti contemporaneamente l'età ed il tempo.

Con tali risultati ci troviamo di fronte ad una distribuzione di sopravviventi  $l'_k (1 \leq k \leq \omega)$  del tipo:

$$(10) P_r \left\{ \frac{l'_k}{l'_0} \right\} = \left( \frac{l'_0}{l'_k} \right) \{ \hat{p}'_0(t) \dots \hat{p}'_{k-1}(t+k-1) \}^{l'_k} .$$

$$\{ 1 - \hat{p}'_0(t) \dots \hat{p}'_{k-1}(t+k-1) \}^{l'_0 - l'_k}$$

dalla quale possiamo ricavare la probabilità del tempo di estinzione del gruppo, ossia, in modo analogo alla (7)

$$(11) P_r \{ T = \tau \} = P_r \left\{ l'_\tau = 0 \right\} P_r \left\{ l'_{\tau-1} = 0 \right\} =$$

$$= \left\{ 1 - \prod_{k=0}^{\tau-1} \hat{p}'_k(t+k) \right\}^{l'_0} - \left\{ 1 - \prod_{k=0}^{\tau-1} \hat{p}'_k(t+k) \right\}^{l'_0}$$

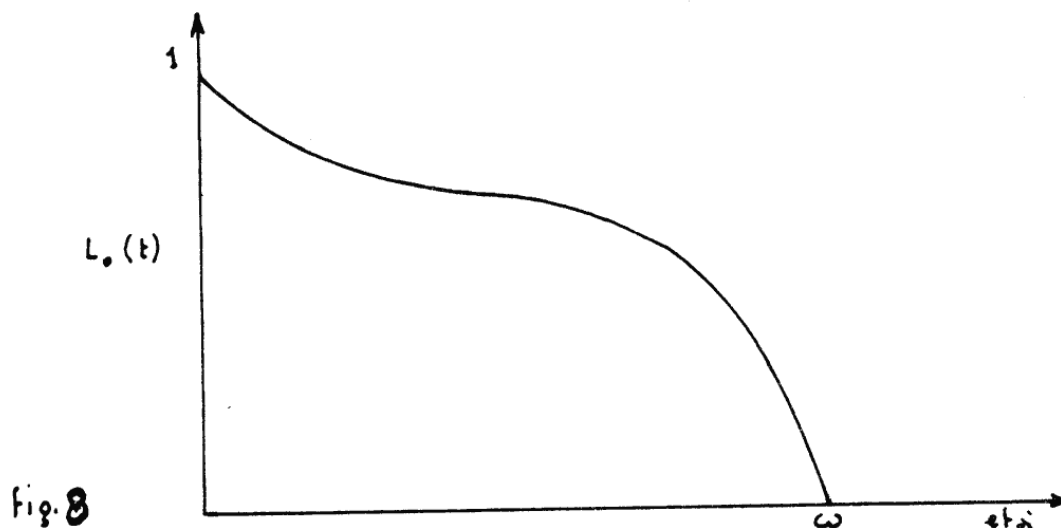
E' bene notare che la (11) risulta comodissima nelle questioni di matematica attuariale, soprattutto quando interessa la valutazione della

probabilità del tempo di estinzione di uno o più gruppi.

4. - Distribuzioni per età e curve di mortalità. -

Le curve della probabilità di sopravvivenza o di mortalità, come quelle in fig. 8

Figura 8



sono state a lungo usate nella letteratura attuariale per specificare le possibilità di sopravvivenza di un individuo all'età  $t$ ; esse sono infatti, le equivalenti teoriche in tempo continuo alla base di quelle in tempo discreto delle tavole di vita viste in precedenza.

Possiamo osservare che se  $\bar{L}_0(t)$  è la funzione di distribuzione per  $T > 0$ , alla morte di un individuo nato al tempo zero, allora la curva di mortalità è data da  $L_0(t) = 1 - \bar{L}_0(t)$ .

Per illustrare le relazioni fra i dati di vita per gruppi mostrati nella tavola 1 e la sommaria valutazione  $\bar{L}_\tau(t)$  delle loro associate curve di

mortalità  $\hat{L}_\tau(t)$ , (la funzione di mortalità è qui assunta continua e differenziabile), abbiamo approssimato queste nella figura 9. Per fare

ciò abbiamo preso 
$$\hat{L}_\tau(x) = \frac{l'_x(\tau+x)}{l'_0(\tau)}$$

con  $x = 0, 1, \dots, 5$  ed  $\hat{L}_\tau(6) = 0$ ; dove  $\tau = 1961, 1962, \dots, 1966$  denota

l'anno di nascita del gruppo. Avremo così la relazione:

$$(12) \quad \hat{p}_x(\tau+x) = \frac{l'_{x+1}(\tau+x+1)}{l'_x(\tau+x)} = \frac{\hat{L}_\tau(x+1)}{\hat{L}_\tau(x)}$$

che rappresenta il tasso di sopravvivenza per gli individui che passano dallo stato  $x$  allo stato  $\tau+x$ .

Figura 9.

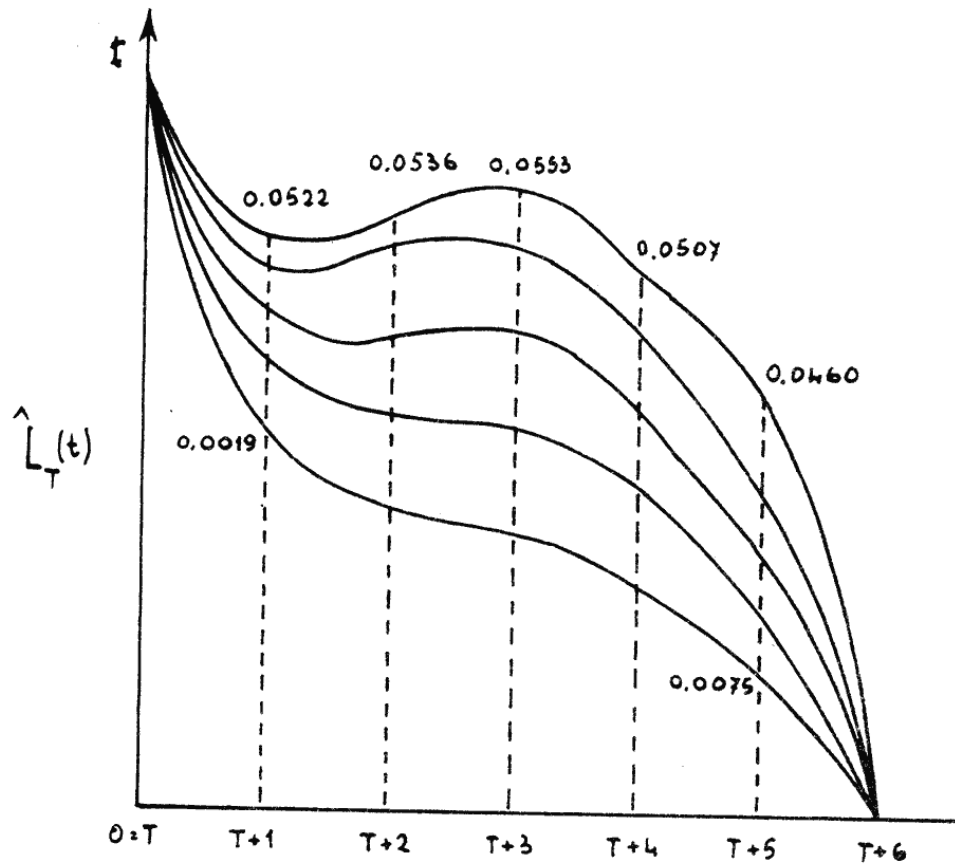


fig. 9

CURVE DI MORTALITA'

Facciamo notare che, in accordo con Bartlett [19], anche i nostri risultati portano alla identica definizione matematica della funzione di mortalità; infatti ogni curva della fig. 9 può essere così espressa:

$$L_{\tau}(t) = \frac{\int_{\tau}^{\tau+1} f(t, v+t) dv}{\int_t^{\tau+1} f(0, v) dv}$$

5. - Verifiche numeriche e grafiche del metodo descritto. -

Quanto è stato esposto nelle parti precedenti è stato verificato numericamente mediante l'impiego del Fortran IV in doppia precisione. Si allegano i dati relativi al calcolo della mortalità infantile nella Provincia di Lecce.

```

0001      DIMENSION IVAL(6,8),XVEC(8),YVEC(8)
C--- IVAL(I,J)  I= SCSCE DI ETA
C              J= MORTALITA' RELATIVA VARI ANNI.
C
0002      DATA XVEC/1961.,1962.,1963.,1964.,1965.,1966.,2*0./
0003      READ 1, ((IVAL(I,J),J=1,6),I=1,6)
0004      PRINT 1, ((IVAL(I,J),J=1,6),I=1,6)
0005      1 FORMAT (6I6)
0006      ITIME=1
0007      CALL PLOTS (0.,0.,14)
0008      2 CALL SYMBOL (0.,10.5,0.21,20GRAFICO MORTALITA' INFANTILE,0.,+28)
0009      CALL SYMBOL (0.,10.05,0.21,32RELATIVO ALLA PROVINCIA DI LECCE,0.,
-32)
0010      CALL PLOT (0.,.5,-3)
0011      DO 10 I=1,5
0012      XL=I
0013      CALL SYMBOL (XL,0.00,.06,13,0.,-2)
0014      10 CONTINUE
0015      CALL PLOT (5.,9.,+2)
0016      CALL PLOT (0.,9.,+2)
0017      CALL PLOT (0.,0.,3)
0018      DO 20 I=1,6
0019      XL=I-1
0020      FPN=1960. + I
0021      20 CALL NUMBER (XL,-.25,.14,FPN,0.,-1)
0022      IPRIM=2
0023      IULT=6
0024      IF (ITIME.EQ.1) IPRIM=1
0025      IF (ITIME.EQ.1) IULT=1
0026      YFLAG=0.
0027      DO 50 I=IPRIM,IULT
0028      DO 30 J=1,6
0029      30 YVEC(J)=IVAL(I,J)
0030      IF (YFLAG.EQ.1.) GO TO 40
0031      CALL SCALE (YVEC,9.,6,+1)
0032      CALL SCALE (XVEC,5.,6,+1)
0033      IF (ITIME.EQ.2) GO TO 80
0034      35 CALL AXIS (0.,0.,
-          19MORTALITA' RELATIVA,+19,9.,90.,YVEC(7),YVEC(8))
0035      YFLAG=1.
0036      40 ISYM=I-1
0037      CALL LINE (XVEC,YVEC,6,1,+1,ISYM)
0038      CALL PLOT (0.,0.,-3)
0039      50 CONTINUE
0040      YPOS=7.32
0041      ETA=0
0042      IF (ITIME.EQ.2) ETA=1.
0043      DO 60 I=IPRIM,IULT
0044      INTEQ=I-1
0045      CALL SYMBOL (6.,YPOS,.14,INTEQ,0.,-1)
0046      YPOST=YPOS - .07
0047      CALL SYMBOL (999.,YPOST,0.14,10HETA' ANNI ,0.,5)
0048      ETA1=ETA+1.
0049      CALL NUMBER (999.,YPOST,0.14,ETA,0.,-1)
0050      CALL SYMBOL (999.,YPOST,0.14,3H - ,0.,3)
0051      CALL NUMBER (999.,YPOST,0.14,ETA1,0.,-1)

```

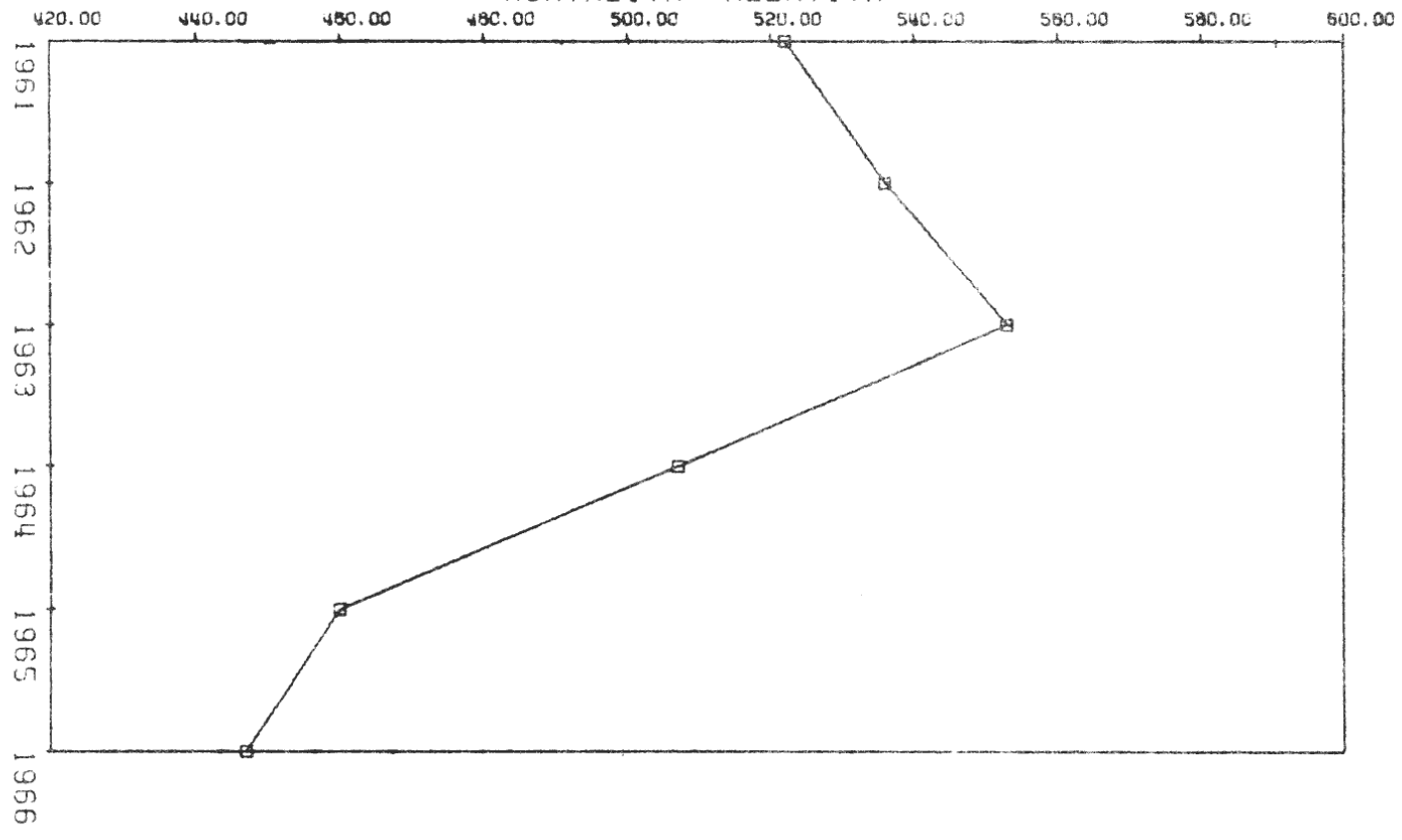
```

0052      ETA=ETA+1.
0053      YPOS= YPOS-.28
0054      60 CONTINUE
0055      IF (ITIME.EQ.2) GO TO 99
0056      CALL PLOT (15.,-0.5,-3)
0057      ITIME=2
0058      GO TO 2
0059      80 YVEC(7)=0.
0060      YVEC(8)=6.
0061      GO TO 35
0062      99 CALL PLOT (10.,-.5,999)
0063      STOP
0064
0065      END

```

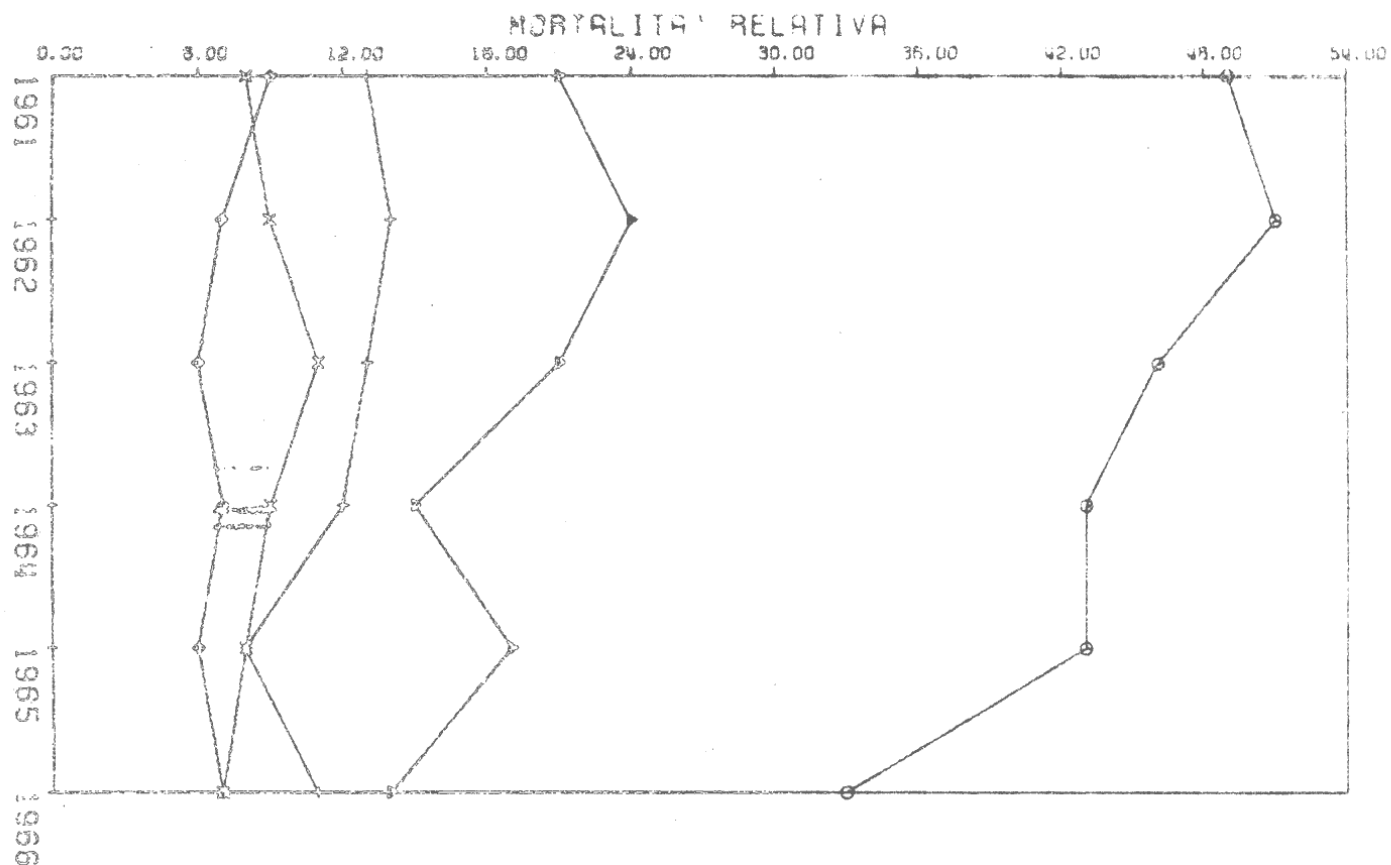
GRAFICO MORTALITA' INFANTILE  
RELATIVO ALLA PROVINCIA DI LECCE

MORTALITA' RELATIVA



DATA' 0 - 1

GRAFICO MORTALITA' INFANTILE  
 RELATIVO ALLA PROVINCIA DI LECCE



O ETA' 1 - 2  
 A ETA' 2 - 3  
 + ETA' 3 - 4  
 X ETA' 4 - 5  
 ◊ ETA' 5 -  
 ◀ ETA' 6



## B I B L I O G R A F I A

- [1] F. SIBIRANI "Lezioni di Matematica Generale e Finanziaria" vol. VII - CEDAM-PADOVA - 1960 - pagg. 21-32
- [2] P. MAZZONI "Compendio di Matematica Finanziaria ed Attuariale" VI ediz. Cremonese - Roma, 1963
- [3] G. CHIASSINO "Elementi di Matematica attuariale" Cacucci Editore - Bari - 1970 pg. 87-97 e 120-142
- [4] G. CHIASSINO "Appunti di Matematica attuariale" Cacucci Editore - Bari - 1979 pagg. 17-24
- [5] R. GONNARD "Historie des doctrines de la population" Nouvelle Librairie National - Paris 1923.
- [6] H. CRAMER "The elements of Probability Theory John Wiley - New York 1965 pgg. 223-228.
- [7] B. BALDESSARI "Elementi di calcolo delle probabilità e di processi aleatori" Ediz. Facoltà Scienze Statistiche. Univ. Roma 1972
- [8] G. AVONDO-BOVINO "Elementi di calcolo delle probabilità" Cap. 8 - Zanichelli - Bologna 1974
- [9] L. DABONI "Calcolo delle probabilità ed elementi di statistica" -Ed. U.T.E.T. - Torino 1974
- [10] S. KARBIN "Some mathematical models of populations genetics" - Americ. Math. Monthly 1972 n° 79 pagg. 699-739.
- [11] CAVALLI-SFORZA and BODHER, WF "The genetics of Human populations" Freeman - S. Francesco 1971
- [12] M.W. JONES LEE "The expected conditional utility ecc.... The Economic Journal vol. 89 n.356 pgg. 836-849.
- [13] F. VINCI "Manuale di Statistica" Vol. II Cap. I Zanichelli - Bologna 1964.
- [14] J.B.S. HALDAKE "A Mathematical theory of natural selection" Part. VII Proc. Comb. Phil. Soc. 1931 pagg. 137-142
- [15] Annuario statistico demografico di Lecce - anni 1961-1966
- [16] L. DANIEL MASSEY "Probability and Statistics" Mc Graw Hill Book Company 1971 pagg. 89-100
- [17] CHIANG, CHIN LONG "Introduction to Stochastic Process in Biostatics" John Wiley, New York (1968) pag. 220-227
- [18] N. KEYFITZ "Introduction to the Mathematics of Population" - Addison-Wesley, Reading - Massachusetts - 1968
- [19] M.S. BARTLETT "Age distributions" Biometrics. Vol. 26-1970 pagg. 377-385.