

Un'introduzione ai metodi non-standard  
attraverso le misure semplicemente additive

ALBERTO GIANNONE

(LECCE)

ABSTRACT. *Some fundamental ideas of non standard analysis are introduced through an arbitrary finitely additive measure (extending the two-valued one corresponding to the case of an ultrafilter) on the set of indices occurring in the construction of the superstructure.*

La seguente introduzione ad alcuni concetti fondamentali dell'analisi non-standard, prescindendo da considerazioni "metamatematiche" circa l'ammissibilità di linguaggi, simboli e relative formule, generalizza la trattazione classica mediante il concetto di ultrapotenza, ed è accessibile anche a chi non abbia conoscenze specifiche di logica matematica. Al concetto di ultrapotenza sostituiamo quello più generale di  $\mu$ -potenza, ottenuto considerando, sull'insieme  $J$  degli indici mediante il quale viene costruita la struttura "prodotto", una misura  $\mu$  (non negativa), finita, semplicemente additiva (in breve, massa). Pertanto il concetto di "verità" rispetto a un ultrafiltro in  $J$ , che consente di trasferire una proprietà dalla struttura di partenza a quella prodotto, viene sostituito da quello di proprietà valida  $\mu$ -q.o. in  $J$  (cioè in  $J - I_0$ , con  $I_0$  insieme  $\mu$ -nullo) o, se si preferisce (assumendo  $\mu(J) = 1$ , cioè  $\mu$  misura di probabilità semplicemente additiva) da quello di proprietà "quasi certa" (cioè valida con probabilità uguale ad 1).

La trattazione classica mediante gli ultrafiltri si ottiene non appena si prenda, in particolare, una massa atomica su  $J$ , con codominio  $\{0,1\}$ ; tale massa può essere concentrata in un solo punto oppure agglutinata su  $J$ , a seconda che il corrispondente ultrafiltro sia principale o no.