$$Li^{\tau}\,\mathfrak{D}(\text{epi}\ \underset{\sim}{f} \cap \text{hypo}\ \inf(\underset{\sim}{f})) \supset \mathfrak{D}(\text{epi}\ f \cap \text{hypo}\ \inf(f))$$

Ricordando (8.3) si completa la dimostrazione.

9. L'intersezione dei limiti nella differenziazione

Dal paragrafo 7 segue che

$$\begin{aligned} &T_{C\cap D}(x) \subset T_C(x) \cap T_D(x) \\ (9.1)\qquad & \\ &K_{C\cap D}(x) \subset K_C(x) \cap K_D(x) \end{aligned}$$

mentre per l'ipertangente in generale non si possono avere delle formule analoghe. Ma le inclusioni desiderabili, per gli scopi della teoria d'ottimizzazione, sono di tipo $\supset$. Qui possiamo utilizzare i risultati del paragrafo 7.

Teorema 9.1

Se per ogni h ed ogni $Q \in N(h)$ esistono $W \in N(h)$ e $t_o > 0$ tali che per $t < t_o$

$$(9.2)\qquad \begin{aligned} &(x+tW) \cap C \neq \emptyset \\ &(x+tW) \cap D \neq \emptyset \end{aligned} \implies (x+tQ) \cap C \cap D \neq \emptyset$$

allora

$$T_{C\cap D}(x) \supset T_C(x) \cap T_D(x)$$

Diciamo che C è <u>direzionalmente aperto in x</u> se, per ogni h esiste $Q \in N(h)$ e $t_o > 0$ tali che $x+tQ \subset C$ per $t < t_o$. Notiamo che se C è direzionalmente aperto in x, allora $T_C(x) = X$ e per ogni insieme D, C e D soddisfano l'ipotesi (9.2). In questo caso si ha $T_{C\cap D}(x) = T_D(x)$ e anche $K_{C\cap D}(x) = K_D(x)$.

Risultati analoghi si ottengono per l'ipertangente. Ad esempio, diciamo che C è <u>direzionalmente equi-aperto in</u> x se per ogni h esistono $Q \in N_\tau(h)$, $t_o > 0$ ed $W \in N_\theta(x)$ tali che

$$x' + tQ \subset C$$

per $x' \in W \cap C$, $t < t_o$.

Rockafellar [17] chiama tale insieme <u>equi-lipschitziano</u> in x.

<u>Teorema 9.2</u>

Se C è direzionalmente equi-aperto in x allora per ogni D si ha

$$C^{\tau/\theta}_{C \cap D}(x) = C^{\tau/\theta}_{D}(x) .$$