VI

TEORIE ALGEBRICHE

36.- DEFINIZIONE

Diciamo <u>Σ^V-equazione</u> una coppia di termini $t_1, t_2 \in T_\Sigma(V)$ che scriveremo

$$t_1 = t_2$$

Σ^V-eq individua l'insieme di tutte le Σ^V-equazioni.

37.- DEFINIZIONE

Diciamo che l'equazione $t_1 = t_2$ vale in $\underline{\underline{A}}$ e scriveremo

$$\underline{\underline{A}} \models t_1 = t_2 \qquad (\underline{\underline{A}} \text{ soddisfa } t_1 = t_2)$$

se $\forall \ \rho \in Ass(V, A)$ $\quad [\![t_1]\!]_\rho = [\![t_2]\!]_\rho$

ovvero se t_1 e t_2 denotano lo stesso elemento di A per ogni valutazione delle variabili

38.- DEFINIZIONE

Dati $\mathcal{E} \subseteq \Sigma^V$-eq ; $\mathcal{C} \subseteq \Sigma$-alg ; $\underline{\underline{A}} \in \Sigma$ alg

poniamo :

i) $\underline{\underline{A}} \models \mathcal{E} \iff \underline{\underline{A}} \models e \qquad \forall\, e \in \mathcal{E}$

ii) $\mathcal{C} \models e \iff \underline{\underline{A}} \models e \qquad \forall\, \underline{\underline{A}} \in \mathcal{C}$

iii) $\mathcal{C} \models \mathcal{E} \iff \mathcal{C} \models e \quad \forall\, e \in \mathcal{E} \iff \underline{\underline{A}} \models \mathcal{E} \quad \forall \underline{\underline{A}} \in \mathcal{C}$

39.- DEFINIZIONE

Dati $\mathcal{E} \subseteq \Sigma^{V}\text{-eq}$; $\mathcal{C} \subseteq \Sigma\text{- alg}$ poniamo

i) $\Sigma\text{-alg}(\mathcal{E}) = \{ \underline{\underline{A}} \in \Sigma\text{alg} \mid \underline{\underline{A}} \models \mathcal{E} \}$

$\Sigma\text{-alg}(\mathcal{E})$ è detta <u>varietà</u> di equazioni $\mathcal{E}$

ii) $\Sigma^{V}\text{-eq}(\mathcal{C}) = \{ e \in \Sigma^{V}\text{eq} \mid \mathcal{C} \models e \}$

iii) $\mathrm{Th}(\mathcal{E}) = \Sigma^{V}\text{-eq}(\Sigma\text{-alg}(\mathcal{E}))$

$\mathrm{Th}(\mathcal{E})$ è detta <u>teoria equazionale</u> di presen= tazione $(\Sigma, \mathcal{E})$

40.- DEFINIZIONE

Diciamo <u>equazioni condizionali</u> una n+1 - upla di equazioni che scriveremo nella forma

$$e_1 \quad e_2 \quad \ldots\ldots \; e_n \longrightarrow e_{n+1}$$

Diciamo che tale equazione condizionale vale in $\underline{\underline{A}} \in$ alg quando

$$\underline{\underline{A}} \models e_1 \;\; e \;\; \underline{\underline{A}} \models e_2 \; \ldots\ldots \; \underline{\underline{A}} \models e_n \;\Rightarrow\; \underline{\underline{A}} \models e_{n+1}$$

In modo del tutto naturale si può parlare di teorie di equazioni condizionali generalizzando in modo ovvio le definizioni di sopra. Diciamo <u>quasi-varietà</u> le classi di algebre verificanti teorie di equazioni condizionali. Gli assiomi di una teoria algebrica in senso lato possono avere forme logiche più generali di quelle viste, ciò che è peculiare è l'uso dell'uguaglianza, variabili e operato= ri come unici strumenti espressivi oltre a connettivi e quantificatori.