

INTRODUZIONE

Questo Quaderno vuole essere una introduzione agli aspetti più formali ed astratti della cosiddetta **Topologia Generale** che, a partire dagli anni '30, con le ricerche di *M. H. Stone*, proseguendo poi negli anni '50, con la nascita della cosiddetta **topologia senza punti** e poi negli anni '70, con lo sviluppo della cosiddetta **topologia fuzzy**, ha trovato agganci sempre più profondi con la teoria dei **reticoli**.

La **teoria delle categorie** è uno strumento di grande efficacia per una trattazione unitaria delle tematiche considerate e consente una descrizione chiara e completa dei profondi legami che ci sono tra la topologia e la teoria dei reticoli.

Lo scopo è quello di fornire, in modo sufficientemente dettagliato e con una esposizione autocomprendente, i concetti di base necessari e di far intravedere come questi strumenti possano essere utilizzati per nuove ricerche.

Così, da una parte si mostra come sia possibile affrontare in modo più semplice ed elegante argomenti, anche difficili, già studiati in passato. Un esempio è dato dai *Teoremi di Rappresentazione* di classi di reticoli ottenuti negli anni '30 da *M. H. Stone*, che fu il primo a scoprire importanti legami tra la topologia ed i reticoli completi.

Dall'altra, si accenna alla possibilità di affrontare problematiche di più recente sviluppo. Ne è un esempio la cosiddetta *teoria degli insiemi fuzzy* (più precisamente si dovrebbe parlare di insiemi costruiti su un reticolo completo L , o, come attualmente si usa chiamarli, L -insiemi) le cui applicazioni alla topologia hanno avuto un enorme sviluppo a partire dagli anni '70 ed hanno raggiunto attualmente un notevole livello di approfondimento (si veda [7, 13]).

Il Quaderno raccoglie argomenti trattati ed utilizzati dagli autori in corsi di insegnamento, seminari e nell'attività di ricerca, presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Lecce.

In particolare, l'impostazione generale si basa sulla struttura del corso di *Topologia Generale* per la Laurea Specialistica in Matematica, già secondo modulo di *Topologia* per il Corso di Laurea in Matematica del vecchio ordinamento svolti presso questo Dipartimento di Matematica a partire dall'a.a. 1995-1996. Gli argomenti esposti in tali corsi sono stati integrati con l'inserimento di approfondimenti e sviluppi, alcuni relativi a un ciclo di seminari

tenuto, sempre presso questo Dipartimento, per gli studenti del Dottorato in Matematica nell'a.a. 2001-2002, altri trattati da laureandi nelle loro Tesi di Laurea (si veda [3, 9]), altri ancora oggetto di ricerche attualmente svolte presso questo Dipartimento di Matematica.

Riteniamo che tale Quaderno possa essere proficuamente utilizzato sia dagli studenti del Corso di Laurea Specialistica, che dagli studenti dei Corsi di Dottorato in Matematica, anche indipendentemente dall'eventuale interesse per gli argomenti specifici di topologia. L'introduzione alla *Teoria delle Categorie* (Cap. 1), alla *Teoria dei Reticoli* (Cap. 2) e dei *Reticoli Completati* (Cap. 3), alla *Teoria degli Insiemi Fuzzy* (Cap. 6) contengono infatti, coordinati fra loro ed unificati nel linguaggio, alcuni concetti fondamentali, sicuramente utili in vari campi della matematica. Tra gli altri citiamo i concetti di *Funtore* (Sez. 1.6), *Trasformazione Naturale* (Sez. 1.8), *Algebra di Boole* (Sez. 2.4), *Ideale e Filtro* nei reticoli (Sez. 4.2), *L-insieme* (Sez. 6.1), *Operatori Powerset* e loro estensioni (Sez. 6.4).

Lecce, 6 aprile 2005

A. Frascella
C. Guido