5.4 *M. Carriero,*
Il legame della scienza

Intervento tenuto il 19 gennaio 1997 a Lecce in occasione della manifestazione "Dal Salento all' Infinito" in ricordo di Ennio De Giorgi, organizzata dall' Ass. culturale "D. Grasso".
Il testo è tratto da "Ennio De Giorgi" (a cura di L. Carlino), Lions Club Lecce Host 1997 – '98, 37–51.

La scomparsa di Ennio De Giorgi, avvenuta il 25 ottobre scorso a Pisa, dov' era Ordinario di Analisi Matematica algebrica e infinitesimale alla Scuola Normale Superiore, suscita tuttora profonda commozione nella comunità scientifica nazionale e internazionale e nel cuore di tutti coloro che hanno avuto la ventura di condividere i Suoi pensieri, il Suo alto insegnamento di scienza e di vita.

Commemorare oggi De Giorgi non è solo un giusto omaggio al Maestro, ma è anche, attraverso momenti di riflessione sulla vita, l' opera e gli ideali che Egli ha affermato e che ha generosamente lasciato come eredità culturale e spirituale, una delle prime occasioni dell' impegno, gravoso, ma esaltante, a non disperdere la Sua lezione umana di Scienziato, di intellettuale modesto e geniale, di Uomo grande, fiducioso nella intima coerenza tra ragione e Fede cristiana, di umile servo della Sapienza.

Per questi motivi, con sentimenti di affetto e di riconoscenza dovuti al Suo alto magistero e all' amicizia che ha donato alle nostre famiglie, ho accettato senza esitazione l' invito a ricordare Ennio De Giorgi.

Confesso che ho avuto subito l' impressione di aver assunto un compito superiore alle mie forze e ho avvertito forte il timore di non riuscire a rappresentare la giusta immagine di una personalità tanto ricca e originale.

Sono pure consapevole che le mie parole poco potranno aggiungere a quella autentica ricchezza che tanti custodiscono per il fatto che hanno avuto il privilegio di conoscerLo. Tuttavia ritengo estremamente importante tentare, anche a rischio di riuscire con la mia esposizione insufficiente e imperfetto, di far conoscere a persone di varia formazione e di diversi interessi culturali, le motivazioni fondamentali della ricerca scientifica, l' impegno fermo e generoso a favore dei diritti umani, la forza dell' alta coscienza morale di De Giorgi.

*

Ennio De Giorgi era nato a Lecce l' 8 febbraio 1928. Laureato nel 1950 in Matematica presso l' Università di Roma col Prof. Mauro Picone, discutendo una tesi sulla teoria della misura, dal 1958 è stato Professore ordinario e dall' anno successivo ha ricoperto la cattedra di Analisi Matematica algebrica e infinitesimale presso la Scuola Normale Superiore di Pisa, da dove ha svolto un ruolo insostituibile di Maestro illuminato.

Anche se la grandezza di uno scienziato della Sua levatura non si misura esclusivamente dai riconoscimenti, ricordo che Egli è stato Socio dell' Accademia Nazionale dei Lincei (Socio corrispondente dal 1978 e Socio nazionale dal 1986), Membro dell' Accademia Nazionale delle Scienze detta dei XL, dell' Accademia Pontaniana, della Pontificia Accademia delle Scienze, dell' Accademia delle Scienze di Torino, dell' Istituto Lombardo. Nel 1995 è stato nominato Socio straniero dell' Accademia di Francia e dell' Accademia Nazionale delle Scienze degli Stati Uniti.

Gli sono stati conferiti vari prestigiosi riconoscimenti, fra cui la laurea *Honoris Causa* in Matematica nel 1983 dall' Università di Parigi VI, il premio Wolf per la Matematica dallo Stato di Israele nel 1990, la laurea *Honoris Causa* in Filosofia nel 1992 dall' Università di Lecce.

De Giorgi godeva della stima profonda della comunità matematica internazionale ed era giustamente amato da tutti coloro che Lo avevano conosciuto. Con Lui è scomparso uno dei più grandi matematici di questo secolo, un Uomo che ha saputo indirizzare le menti alla Sapienza e aprire i cuori alla Speranza.

Figlio tra i più eletti, riposa nel cimitero di Lecce, Sua città natale tanto e intensamente amata.

La produzione scientifica di De Giorgi è stata sempre caratterizzata da idee innovative che hanno portato fondamentali contributi nel campo del Calcolo delle Variazioni, delle Equazioni alle Derivate Parziali e della Teoria Geometrica della Misura.

Il Suo lavoro è stato sempre sorretto da una grandezza d' animo che Lo portava ad affrontare problemi difficili ed interessanti, tutti fortemente motivati, pervenendo alla elaborazione di diverse teorie di ampia applicabilità e di importanza decisiva per lo sviluppo della matematica.

Interessanti esempi da Lui costruiti hanno consentito di definire i confini di alcune teorie e di suggerire espressive formulazioni di nuove classi di problemi.

Certamente la filosofia implicita del Calcolo delle Variazioni (che è l' arte di trovare soluzioni ottimali e di descriverne le proprietà essenziali) ha esercitato sul Maestro un fascino particolare, per quella sorta di armonia, di ordine dell' universo che già i principi variazionali della fisica rivelano.

De Giorgi ha dimostrato originalità e autonomia di pensiero sin dai primi lavori scientifici, superando brillantemente delicate difficoltà con idee nuove e adeguati strumenti analitici di approccio, che evidenziavano abilità tecnica e fine sensibilità matematica, rigore estetico ed etico ad un tempo.

Affrontando, ancora giovanissimo, il problema della più ampia validità della formula di Gauss–Green (che in casi particolari era nota dalla prima metà dell'Ottocento) Egli elaborò una *teoria generale della misura* $(n-1)$–*dimensionale in uno spazio ad* n *dimensioni* che ha avuto notevoli sviluppi nella formulazione e risoluzione di vari problemi di Calcolo delle Variazioni.

La definizione da Lui proposta per il *perimetro di un insieme* e le proprietà analitiche da essa dedotte hanno una validità estremamente generale e Gli hanno consentito di definire la misura della superficie anche per insiemi molto irregolari (precisamente per insiemi aventi frontiera orientata di misura finita secondo R. Caccioppoli), e di provare per tali insiemi la validità della *disuguaglianza isoperimetrica* (che consiste nel maggiorare la misura di un insieme mediante un'opportuna potenza del suo perimetro).

Tale teoria Gli permise tra l'altro di provare la *proprietà isoperimetrica della ipersfera* (cioè la proprietà dell' ipersfera di essere il solido la cui superficie ha area minima fra tutti quelli di volume assegnato).

È interessante notare che questo risultato viene provato partendo dall' idea, suggerita da ragioni estetiche, che la soluzione del problema isoperimetrico, debba essere perfettamente simmetrica, e poi sfruttando, con notevole abilità tecnica, un opportuno nuovo metodo di simmetrizzazione.

Negli stessi anni cinquanta Egli dimostrava teoremi di unicità e dava esempi di non unicità della soluzione del problema di Cauchy relativo ad equazioni alle derivate parziali di tipo parabolico, individuando le più deboli condizioni di regolarità da richiedere sui coefficienti ai fini dell' unicità.

Nel 1957 si imponeva nuovamente all' attenzione della comunità matematica internazionale con il Suo fondamentale e decisivo contributo alla questione posta a Parigi da D. Hilbert al Congresso Internazionale di Matematica del 1900, *sull' analiticità delle soluzioni di equazioni alle derivate parziali ellittiche analitiche*. Tale problema è il XIX della lista dei 23 problemi che il celebre matematico tedesco propose in quell' occasione, prevedendo che intorno ad essi si sarebbero concentrati gli sforzi dei matematici nel nuovo secolo che iniziava.

Lo sviluppo dell' Analisi Funzionale aveva portato in quegli anni alla considerazione delle *soluzioni deboli* di molti problemi di Calcolo delle Variazioni o di teoria delle Equazioni alle Derivate Parziali. Con tale nuovo approccio si guadagna molto nell' ambito dei teoremi di esistenza, che possono essere stabiliti per classi di problemi più ampie di quelli per i quali è facile trovare delle soluzioni classiche.

La maggiore facilità di dimostrazione dell' esistenza di soluzioni deboli viene però pagata con una perdita di informazione sulle proprietà delle soluzioni stesse.

Il recupero della massima misura possibile di tale informazione costituisce il delicato problema della *regolarizzazione*.

Molti eminenti matematici, tra cui ricordo S. Bernstein, L. Lichtenstein, E. Hopf, C. Morrey, G. Stampacchia, per mezzo secolo affrontarono il XIX problema posto da Hilbert, pervenendo a risultati che assicuravano l' analiticità delle soluzioni deboli o limitatamente al caso di due variabili, oppure in un numero qualsiasi di variabili, sotto la condizione che esse avessero un certo grado iniziale di regolarità (precisamente derivate prime hölderiane). Per la completa soluzione del problema era necessario, ai fini della regolarità, colmare il divario fino ad assicurare la hölderianità delle derivate prime delle soluzioni deboli.

De Giorgi nel 1957 dimostrava che soluzioni deboli di equazioni uniformemente ellittiche con i coefficienti solo limitati e misurabili sono hölderiane, e deduceva da questa proprietà il carattere analitico delle soluzioni di certi problemi regolari di Calcolo delle Variazioni.

Questo risultato, che era stato dimostrato in modo diverso, nello stesso periodo ma indipendentemente, anche da J. Nash, è una pietra miliare nello studio di molti problemi non lineari, cioè problemi legati alla descrizione di sistemi in cui il risultato di una perturbazione non è proporzionale alla forza che causa la perturbazione stessa. I raffinati metodi introdotti da De Giorgi per ottenerlo si sono rivelati di grande flessibilità e sono stati ampiamente estesi a situazioni più generali.

Lo stesso De Giorgi nel 1968, con un elegante esempio di sistema lineare uniformemente ellittico di tipo variazionale con coefficienti limitati e misurabili avente soluzione non continua, provava l' impossibilità di estendere questo teorema al caso dei sistemi di equazioni ellittiche.

Dai suoi controesempi traiamo quella caratteristica sapienziale che è a fondamento del programma di ricerca di De Giorgi, programma improntato ad un preciso ottimismo della ragione e illuminato dalla Fede: individuati i limiti di una teoria, Egli, con profonda umiltà, sfruttava positivamente l' insuccesso intraprendendo, con rinnovato vigore, nuove linee di approccio, esplorando nuovi confini di un universo che Gli si manifestava senza limite e solo in parte svelato.

Negli anni sessanta De Giorgi contribuiva in modo determinante al *problema di Plateau* (o problema delle ipersuperficie minime, consistente nel trovare le ipersuperficie di area minima tra quelle delimitate dallo stesso contorno). Egli dimostrava che una ipersuperficie minima è analitica (cioè possiede il massimo grado di regolarità possibile) tranne al più un sottoinsieme chiuso trascurabile.

Restava aperto il problema di studiare più in dettaglio l' insieme eccezionale in cui la ipersuperficie minima poteva presentare delle singolarità.

L' ulteriore approfondimento di questo problema è legato al cosiddetto *problema di Bernstein* (consistente nello stabilire se le uniche soluzioni dell' equazione delle superficie minime definite su tutto lo spazio euclideo n–dimensionale siano polinomi di 1^o grado). Il problema era stato risolto nel 1915 da S. Bernstein nel caso $n = 2$; dopo un contributo di W. Fleming, nel 1964 De Giorgi era riuscito a risolvere il problema nel caso $n = 3$; successivamente era stata data risposta positiva al problema da F. Almgren per $n = 4$ e da J. Simons in dimensione n minore o uguale a 7.

Nel 1969 De Giorgi (in collaborazione con E. Bombieri e E. Giusti) completava la risoluzione del problema di Bernstein mostrando che se n è maggiore o uguale ad 8 ci sono soluzioni dell' equazione delle superficie minime definite su tutto lo spazio n–dimensionale che non sono polinomi di 1^o grado.

Come conseguenza, risulta che le ipersupeficie minime sono regolari senza eccezioni fino alla dimensione 7.

Può sembrare del tutto irrilevante il problema delle ipersuperficie minime in spazi euclidei a più di tre dimensioni per il fatto che si tratta di spazi non "visibili". Invece quello citato è un caso in cui la piena comprensione di tutti gli aspetti del problema si raggiunge attraverso una libera speculazione su enti che non sono oggetto della nostra esperienza sensibile (gli spazi di dimensione maggiore di tre).

Emerge così quel lucido punto di vista che De Giorgi andava maturando sulla matematica:

> *occorre spingersi con fiducia verso l' esplorazione del mondo invisibile per capire a fondo gli eventi visibili.*

Nel 1975 con un lavoro molto innovativo De Giorgi poneva le fondamenta per la elaborazione della teoria generale di un nuovo tipo di convergenza variazionale (chiamata *gamma–convergenza*). La teoria astratta sviluppata da De Giorgi ha sintetizzato varie idee, ha chiarito risultati già noti, ed ha consentito di ottenere molti risultati nuovi in àmbiti diversi ed anche in vari settori della matematica applicata: tra questi cito, per esempio, lo studio delle proprietà dei materiali compositi, e lo studio delle superficie di interfaccia tra due o più fluidi immiscibili che si trovano a contatto. Quest' ultimo esempio si ricollega alla teoria delle superficie minime, poiché si dimostra che in condizioni di equilibrio le superficie di interfaccia sono di area minima, e quindi in particolare sono regolari dappertutto.

*

La sintetica esplorazione fin qui condotta sul lavoro di De Giorgi è ben lungi dall' illustrare tutta la ricchezza e la varietà dei temi che sono stati oggetto delle Sue profonde riflessioni: Egli si è occupato con successo anche dell' esistenza di soluzioni analitiche globali di equazioni alle derivate parziali lineari a coefficienti costanti, di equazioni di tipo iperbolico con coefficienti discontinui rispetto alla variabile tempo, di delicati problemi di semicontinuità e di rilassamento per funzionali del Calcolo delle Variazioni, di evoluzione delle superficie secondo la curvatura media, di nuovi problemi variazionali caratterizzati dalla presenza di discontinuità libere delle soluzioni, introducendo per lo studio di questi ultimi nuove classi di funzioni in cui essi trovano il loro assetto naturale. Anche queste ultime ricerche sono state in parte ispirate da problemi applicativi, come segmentazione e ricostruzione di immagini e teoria della visione. Questo è un altro esempio della costante attenzione di De Giorgi ai problemi di discipline diverse che si prestano ad essere formulati in termini matematici, del Suo costante interesse a lavorare con altri studiosi cercando insieme la giusta formulazione dei problemi e la migliore interpretazione dei risultati; e tale lavoro compiva con uno spirito di aperta, libera e amichevole collaborazione che, senza nulla togliere né ai punti di vista dei singoli interlocutori né agli aspetti peculiari delle singole discipline, mirava alla ricerca di un percorso sapienziale in cui fosse possibile riconoscere nei vari aspetti delle questioni una prospettiva unificante.

La figura di De Giorgi come matematico non sarebbe completamente delineata se non accennassi anche alla Sua opera nel campo della Logica e dei Fondamenti della matematica. In quest' area Egli andava sviluppando, sino agli ultimi giorni, nuove proposte di teorie base in sostituzione delle classiche teorie assiomatiche degli insiemi, assumendo come nozioni fondamentali quelle di qualità (o proprietà), relazione, operazione, e affrontando anche il cruciale problema dell' autoreferenza (o autodescrizione).

In questi Suoi interessi si riconosce il desiderio di cercare nella comunicazione matematica il massimo grado possibile di oggettività e trasparenza, sia nell' àmbito della ricerca che nell' àmbito dell' insegnamento, a tutti i livelli. L' esigenza di rigore nella comunicazione aveva in Lui radici etiche profondissime, nasceva dalla tensione verso un' assoluta onestà intellettuale che può essere salvaguardata solo dal continuo sforzo di evitare ogni equivoco. E questa ricerca del rigore Egli trasportava, fuori dall' àmbito matematico, in ogni forma di comunicazione e di affermazione dei principi in cui credeva, che si sforzava sempre di formulare in modo netto ed univoco, sollecitando i Suoi interlocutori a fare altrettanto, nella convinzione che questo fosse la base insostituibile di ogni onesto dialogo.

*

Profonda e positiva è stata l' influenza esercitata da De Giorgi su numerosissimi allievi e collaboratori, attraverso l' instancabile dialogo, sempre improntato alla cordialità. Convinto sostenitore dell' importanza della *condivisione del sapere*, come una delle più alte forme della carità, De Giorgi aveva una generosa propensione a comunicare le Sue idee e le Sue congetture su vari e interessanti problemi aperti.

Di fatto, accanto alle ricerche compiute, una parte considerevole del Suo lavoro è consistita nell' insegnamento orale a cui ha attivamente partecipato sempre una numerosissima schiera di matematici italiani e stranieri. Attraverso il dialogo De Giorgi realizzava compiutamente il Suo amore sapienziale per la scienza, fermamente convinto che la chiara comunicazione dei problemi al fine di una loro maggiore comprensione è di per sé una forma di sapienza, e che quest' ultima non diminuisce, ma aumenta se viene condivisa.

Sempre, con molta pazienza e molta disponibilità, educava ad una sana curiosità matematica, incoraggiava l' approfondimento di quelle idee nelle quali riconosceva il germe di una buona e motivata ricerca matematica, richiamava il dovere dello studioso a cercare il nuovo e a valorizzare il patrimonio di conoscenze che ci hanno lasciato i predecessori per trasmetterlo arricchito alle generazioni future.

Durante le frequenti e stimolanti conversazioni, confermava di possedere in misura non comune doti di umiltà e di saggezza che Gli consentivano di far emergere le qualità migliori di ogni Suo interlocutore, indirizzando ciascuno, con squisita sensibilità e rispetto dell' altrui personalità, in più ampi e nuovi orizzonti scientifici ed umani, mettendo sempre a disposizione la propria ricca esperienza, improntata ad un ineguagliabile equilibrio fra tradizione ed innovazione.

La viva forza intellettuale e la Sua modestia Lo portavano a riconoscere come problemi più interessanti quelli che non era riuscito a risolvere; sosteneva che l' onesta ammissione dei limiti della conoscenza non è motivo di sconforto ma piuttosto motivo di speranza, segno della grandezza delle meraviglie della creazione ancora da scoprire.

In De Giorgi la figura di studioso geniale non è mai scindibile da quella di Uomo buono: un autentico amore per la Verità ha permeato la Sua ricerca scientifica e tutta la Sua vita. La visione positiva della scienza era inseparabile in Lui da un ottimismo nell' opera dell' uomo; era consapevole che il progresso dell' umanità è il frutto delle idee e degli sforzi di uomini di culture e formazione diverse, mossi dal comune bisogno di ricercare la Verità. Nutriva una grande fiducia nell' armonia e nell' ordine dell' universo, nella capacità dell' uomo di comprendere almeno parzialmente quest' ordine.

Ha riconosciuto e trasmesso in modo esemplare, con la semplicità, la chiarezza e la profondità di chi ha solidi argomenti, il *valore sapienziale della matematica*; ci ha insegnato che la matematica *è un ramo vivo dell' albero della Sapienza*, che la matematica,

> *capace di spingersi nel mondo dell' infinitamente piccolo e dell' infinitamente grande, è strumento di scoperta dell' armonia dell' universo, è un fattore di tutta la civiltà umana, parte di quell' opera millenaria dell' umanità che è un segno notevole della dignità dell' uomo e della sua sete di conoscenza . . . , segno di un desiderio segreto di vedere qualche raggio della gloria di Dio*.

La fiducia nella natura umana e nell' opera dell' uomo non si confondeva con un cieco ottimismo che ignora la sofferenza fisica e morale, l' ingiustizia che vi è nel mondo.

Uomo profondamente caritatevole portava il Suo conforto agli ammalati e ai poveri; Uomo profondamente giusto aveva a cuore la causa dei perseguitati e per questo non ha mai ignorato la necessità di un impegno forte e costante perché fosse rispettata in tutti la dignità della persona umana. Coerentemente, non ha esitato ad impegnare con appassionata dedizione le proprie forze e il proprio prestigio per la difesa dei diritti dell' uomo, mai invocando la sola debole forza della tolleranza, ma piuttosto auspicando sempre lo spirito più solidale e cristiano della comprensione.

Forte di questi principi ha svolto un ruolo di primo piano nella promozione di numerose iniziative per la salvaguardia dei diritti umani; in particolare, come socio di Amnesty International e di Christian Solidarity International, ha contribuito in modo determinante alla liberazione del matematico sovietico L. Pliusch e del matematico latino americano J. L. Massera, entrambi detenuti per motivi di opinione.

La vastità dell'orizzonte spirituale di De Giorgi era tale che negli ultimi tempi Egli aveva proposto con fermo convincimento l' inserimento della

Dichiarazione Universale dei Diritti Umani del 10 dicembre 1948 all' inizio della Costituzione Italiana.

Questa richiesta era motivata dal fatto sostanziale che il preambolo della Dichiarazione parla apertamente della ***fede*** *nei diritti fondamentali dell' uomo, nella dignità e nel valore della persona umana, nell' uguaglianza dei diritti dell' uomo e della donna.*

E questo atto di fede è per De Giorgi all' origine del diritto e della giustizia.

Di fronte al mistero della morte Egli invocava con penetrante spiritualità le parole della Fede: *vita mutatur non tollitur*, e le parole del Credo: *expecto resurrectionem mortuorum et vitam venturi saeculi.*

Queste parole di Speranza e di testimonianza di profonda Fede cristiana portano oggi conforto al nostro dolore per la fine della esperienza umana dell' amico Ennio.

Per tutte queste ragioni, Ennio De Giorgi costituisce un esempio che, se è forse impossibile imitare, è da custodire sempre nel cuore e da meditare. E, a testamento spirituale, rimangono le Sue parole:

> ***All' inizio e alla fine abbiamo il mistero.***
> ***Potremmo dire che abbiamo il disegno di Dio.***
> ***A questo mistero la matematica ci avvicina,***
> ***senza penetrarlo.***