Indice

Prefazione v

Parte 1. 1

Capitolo 1. Il problema di Dirichlet 3
1. L'equazione di Laplace e l'equazione di Eulero 4
2. La proprietà della media e gli integrali di Poisson 4
3. Gauss 6
4. Riemann 6
5. Weierstrass e Arzelà 6
6. Hilbert e la BSC 7
7. Hadamard 8
8. I Teoremi di Hilbert 10

Capitolo 2. Il Teorema di Hilbert per gli integrali multipli regolari 11
1. Teorema di semicontinuità 11
2. Il Principio di Massimo Forte 13
3. Lemma di von Neumann 14
4. Teorema di Hilbert 15
5. Ulteriore regolarità 15
6. L'osservazione di Lebesgue 16

Parte 2. 17

Capitolo 3. Il Teorema di Bernstein 19
1. Jörgens 19
2. Heinz 22
3. Teorema di Bernstein e Moser 22

Capitolo 4. Singolarità rimovibili 25
1. Lemma topologico 25
2. Il Teorema di De Giorgi e Stampacchia 27

Parte 3. 31

Capitolo 5. Stima del gradiente 33
1. Per l'equazione di Laplace 33

2. Per l'equazione delle superficie minime 33
3. Il Teorema di Bombieri, De Giorgi e Miranda 34
4. Calcolo differenziale sulle superficie 34
5. Dimostrazione della stima del gradiente 37
6. La stima del gradiente per le soluzioni intere 44

Capitolo 6. Alcuni richiami della teoria dei perimetri e il Teorema di Simons 45
1. Perimetri degli insiemi misurabili 45
2. Frontiere minime 45
3. Singolarità delle frontiere minime 46
4. Il calcolo di Simons 48
5. Variazione prima di $\mathcal{H}^n(\mathcal{S})$ 48
6. Variazione seconda di $\mathcal{H}^n(\mathcal{S})$ 52
7. Il Teorema di Simons 55

Parte 4. 61

Capitolo 7. Esistenza di un cono minimo singolare 63
1. Uno speciale polinomio con gli zeri sul cono di Simons 63
2. Minimalità del cilindro 64
3. Minimalità del cono di Simons 67

Capitolo 8. Soluzioni intere non banali dell'equazione delle superficie minime 71
1. Preliminari 71
2. La costruzione del controesempio 76

Indice analitico 79

Bibliografia 81