

Prefazione

Questo quaderno è maturato dall'esperienza didattica sulle lezioni tenute dall'autore nel corso di *Algebra Superiore* per gli studenti del corso di laurea triennale in matematica dell'Università di Lecce, negli ultimi dieci anni.

L'obiettivo è di fornire, in modo autosufficiente con esposizione dettagliata, un'introduzione alla teoria dei gruppi finiti ed alle applicazioni combinatorie, sottolineando l'importanza dell'utilizzo di azioni di gruppi su insiemi con particolare riferimento agli aspetti quantitativi dell'algebra moderna.

Il testo è diviso in sette capitoli. Il capitolo **A** costituisce una breve introduzione ai concetti fondamentali dei gruppi e ai teoremi di omomorfismo ed isomorfismo, necessari per lo sviluppo successivo. Il capitolo **B** studia le strutture dei gruppi abeliani finitamente generati. In particolare, si evidenzia la funzione generatrice delle partizioni dei numeri naturali nel conteggio dei gruppi abeliani finiti e nella trattazione del teorema di Hall riguardante gli automorfismi dei p -gruppi finiti. Partendo dall'azione di gruppo su un insieme, il capitolo **C** approfondisce ampiamente le orbite e gli stabilizzatori, l'equazione delle classi, transitività e normalità. I teoremi di Sylow e loro applicazioni per la determinazione delle strutture dei gruppi finiti si trovano nel capitolo **D**. Il capitolo **E** tratta concisamente i gruppi risolubili e nilpotenti in relazione alle serie normali, centrali e al sottogruppo di Frattini.

Gli ultimi due capitoli sono dedicati alle applicazioni combinatorie. Esaminando l'azione di gruppo sulle applicazioni fra due insiemi, il capitolo **F** presenta la teoria enumerativa di Pólya-Redfield e l'applicazione nel conteggio combinatorio, che viene facilitato inoltre dalle formule dimostrate per gli indici di gruppi finiti. Infine, il capitolo **G** espone la teoria dell'inversione di Möbius-Rota sugli insiemi parzialmente ordinati, che viene applicata sistematicamente alle funzioni aritmetiche, al principio di inclusione ed esclusione, agli spazi vettoriali di dimensione finita sui campi finiti e ai coefficienti binomiali gaussiani, alla funzione di Möbius del reticolo delle partizioni e infine alla formula di Ryser per calcolare il permanente della matrice rettangolare.