

Indice

Prefazione alla Seconda Edizione	xi
Prefazione alla Prima Edizione	xiii
Introduzione (storica)	1
1 Varietà e applicazioni differenziabili	5
1.1 Varietà differenziabili	5
1.2 Applicazioni differenziabili	14
1.3 Costruzione di applicazioni differenziabili	17
2 Nozioni di base sulle varietà differenziabili	23
2.1 Spazio tangente e campi di vettori	23
2.2 TM come fibrato vettoriale	31
2.3 Il differenziale di funzioni	35
2.4 Curve differenziabili	41
2.5 Immersioni e sottovarietà	44
2.6 Tensori su una varietà differenziabile	51
2.7 Differenziale esterno e derivata di Lie	59
3 Gruppi di Lie	63
3.1 Esempi di gruppi di Lie	63
3.2 Relazioni tra un gruppo di Lie e la sua algebra di Lie	71
3.3 Le costanti di struttura	76
3.4 Esempi di algebre di Lie	77
3.5 L'applicazione esponenziale	82
3.6 Gruppi di Lie $3D$	86
3.6.1 Gruppi di Lie $3D$ unimodulari	88
3.6.2 Gruppi di Lie $3D$ non-unimodulari	91
4 Varietà riemanniane	95
4.1 Metriche riemanniane	95
4.2 Immersioni isometriche e la sfera canonica	98
4.3 Sommersioni riemanniane	102
4.4 Lo spazio iperbolico e suoi modelli	104

4.5	Metriche associate a una struttura simplettica	112
4.6	Metriche associate a una struttura di (quasi) contatto	115
4.7	Strutture metriche di (quasi) contatto su gruppi di Lie $3D$	123
5	Struttura di spazio metrico e isometrie	129
5.1	Distanza su una varietà riemanniana	129
5.2	Isometrie di una varietà riemanniana	135
5.3	Metriche invarianti a sinistra	136
5.4	Isometrie dello spazio euclideo e della sfera canonica	141
5.5	Isometrie dello spazio iperbolico	145
5.6	Trasformazioni di Möbius e isometrie del piano iperbolico	150
5.7	Rivestimenti riemanniani	153
5.8	Isometrie degli spazi modello della geometria semi-riemanniana (cenni)	155
6	Connessioni lineari e connessione di Levi-Civita	159
6.1	Connessioni lineari	160
6.2	Il tensore di torsione e l'operatore hessiano	162
6.3	Derivata covariante e parallelismo	164
6.4	Curve geodetiche	171
6.5	La connessione di Levi-Civita	172
6.6	Le equazioni di struttura di Cartan	183
6.7	La connessione di Levi-Civita di sottovarietà riemanniane	186
6.8	Tensori fondamentali su una distribuzione	196
6.9	Derivata covariante di tensori	199
7	Geodetiche su varietà riemanniane	203
7.1	Esempi di curve geodetiche	203
7.2	Esponenziale e geodetiche minimali	215
7.3	Varietà riemanniane complete	230
8	La curvatura riemanniana	235
8.1	Uno sguardo alla curvatura gaussiana	236
8.2	Il tensore di curvatura di Riemann	244
8.3	La curvatura sezionale	253
8.4	Il tensore di curvatura di sottovarietà riemanniane	259
8.5	La curvatura determina la metrica?	262
8.6	Spazi a curvatura sezionale costante	264
8.7	Tensore di Ricci e curvatura scalare	276
8.8	Varietà di Einstein	283
8.9	Curvatura di gruppi di Lie $3D$	286
8.10	Solitoni di Ricci	292

9	Campi vettoriali di Killing e di Hopf	301
9.1	Campi vettoriali di Killing	301
9.2	Campi vettoriali di Killing su \mathbb{R}^n e \mathbb{S}^n	311
9.3	La fibrazione di Hopf	314
9.4	Le metriche di Berger sulla sfera \mathbb{S}^3	317
9.5	Campi vettoriali di Hopf	322
9.6	Campi vettoriali di volume minimo	326
10	Varietà riemanniane omogenee e varietà conformemente piatte	333
10.1	Varietà riemanniane omogenee	333
10.2	Varietà riemanniane omogenee $3D$	335
10.3	Varietà riemanniane simmetriche	341
10.4	Varietà conformemente piatte	346
10.5	Il Teorema di Gauss-Bonnet-Chern	350
11	Problemi variazionali in geometria	357
11.1	Una caratterizzazione variazionale delle metriche di Einstein	358
11.2	Geodetiche come punti critici dell'energia	367
12	Applicazioni armoniche	381
12.1	Il fibrato vettoriale $f^{-1}TM'$	381
12.2	Energia di un'applicazione	388
12.3	Applicazioni armoniche ed equazioni di Eulero-Lagrange	392
12.4	Esempi di applicazioni armoniche	395
12.5	Tensione di una composizione	399
12.6	La 1 ^a formula variazionale	401
12.7	Il rough laplaciano	406
12.8	Sezioni armoniche	411
12.9	La 2 ^a formula variazionale e stabilità	413
12.9.1	Forma hessiana dell'energia e l'operatore di Jacobi	413
12.9.2	Il Teorema di Xin	419
12.9.3	Stabilità dell'identità e il Teorema di Smith	421
12.9.4	Stabilità di applicazioni olomorfe	427
A	Orientabilità e integrazione	431
A.1	Varietà orientabili	431
A.2	Integrale di una n -forma	434
B	Divergenza e laplaciano	441
B.1	L'operatore di Laplace-Beltrami	441
B.2	Codifferenziale e operatore di Hodge-de Rham	448

C Geometria del fibrato tangente	453
C.1 Vettori orizzontali e verticali	453
C.2 L'applicazione di connessione e π_*	457
C.3 La metrica di Sasaki e il fibrato sferico	460
C.4 Il fibrato sferico tangente di una superficie riemanniana	463
C.5 Metriche riemanniane g -naturali su TM e T_1M	466
D Decomposizione del tensore di curvatura	469
Bibliografia	475
Indice analitico	485