

Riassunto

Questa dissertazione è dedicata principalmente allo studio delle copule. Nello specifico, una copula è la restrizione all'ipercubo $[0, 1]^n$ ($n \geq 2$) di una funzione di ripartizione (= f.r.) n -dimensionale avente f.r. marginali uniformemente distribuite sull'intervallo $[0, 1]$. Una copula è univocamente associata ad ogni vettore n -dimensionale di variabili aleatorie continue, di cui descrive le proprietà di dipendenza. Una delle principali ragioni dell'interesse degli statistici nelle copule risiede nel fatto che la costruzione di funzioni di ripartizioni multidimensionali (e quindi di modelli che descrivono fenomeni aleatori complessi) può essere divisa in due più semplici passi: la costruzione delle leggi marginali e la costruzione di un'opportuna famiglia di copule.

La maggior parte dei risultati presentati è dedicata alla costruzione di f.r. bidimensionali sia attraverso la costruzione esplicita di nuove famiglie di copule (dipendenti da uno o più parametri) sia attraverso l'introduzione di nuovi metodi costruttivi che permettono di associare a due f.r. (o copule) già note un'altra funzione nella stessa classe.

In particolare, si introducono tre famiglie di copule. La prima famiglia si adatta a sistemi bidimensionali con una dipendenza positiva. La seconda è collegata a due variabili aleatorie X e Y di cui sia noto il comportamento del loro massimo, $\max\{X, Y\}$. La terza, pur non avendo una diretta interpretazione probabilistica, generalizza la famiglia delle copule archimedee, che sono ampiamente utilizzate nelle applicazioni grazie alla loro grande flessibilità.

Inoltre, per ogni coppia di f.r. A e B e per ogni operazione H su $[0, 1]$, si caratterizzano tutte le f.r. F indotte puntualmente da A e B , cioè $F(x, y) = H(A(x, y), B(x, y))$. Tale caratterizzazione richiede la definizione di una nuova proprietà delle funzioni bidimensionali, denominata " P -increasing", che generalizza il concetto di supermodularità. Si considera, quindi, una forma leggermente modificata di tale operazione nella classe delle copule, dove si fornisce un metodo per aggiungere parametri ad una copula rendendola adatta a descrivere anche modelli multivariati in cui le variabili aleatorie in gioco non sono scambiabili.

Recentemente, le copule sono state utilizzate anche nella definizione dei concetti di affidabilità ed invecchiamento per sistemi scambiabili bidimensionali. In particolare, Bassan e Spizzicino (2005) hanno introdotto la cosiddetta "funzione bidimensionale

di invecchiamento” che consente di definire nel caso bidimensionale alcuni concetti (unidimensionali) di affidabilità già noti, quali, ad esempio, IFR, DFR e NBU. Tale funzione è denominata “semicopula” in quanto verifica alcune, ma non tutte, le proprietà di una copula. La classe delle semicopule e le sue proprietà si studiano nei particolari, evidenziando il ruolo che tali funzioni svolgono anche nelle logiche a più valori e nella teoria delle misure “fuzzy” (anche note come capacità). Si considera, quindi, un metodo per trasformare una (semi-) copula in un’altra (semi-)copula, evidenziando l’utilizzo di tale trasformazione nella teoria dei valori estremi. Sempre nel contesto dell’affidabilità, si inserisce anche lo studio della Schur-concavità nella classe delle copule.

Classificazione AMS 2000: *Primaria:* 60E05, 62H10 *Secondaria:* 62H20, 60E15, 60B10, 03E72.

Parole chiave: Copule; Misure di associazione; Concetti di dipendenza; Supermodularità; Schur-concavità; Quasi-copule, Operatori di aggregazione; Semicopule.