

---

# L'effetto Casimir, una forza dal vuoto

**Piergiorgio Antonini**

Laboratori Nazionali di Legnaro - INFN

---

**L**a forza di Casimir prende il suo nome dal fisico olandese Hendrik Casimir, che per primo ne ha prevista l'esistenza nel 1948. Si tratta di una forza che attrae due superfici di conduttori posti allo stesso potenziale. Non è una forza elettrostatica, non è attrazione gravitazionale. Se fra le due superfici non c'è nulla, la forza deve essere generata dal vuoto stesso. Vediamo in dettaglio di che cosa si tratta, e come la si può misurare.

## Introduzione

Il fisico olandese Hendrik Casimir (Fig. 1) pubblica nel 1948 un articolo [1] nel quale prevede una forza di attrazione fra due superfici conduttrici poste a piccola distanza fra loro, dove per piccola si intende rispetto alla lunghezza d'onda della banda di assorbimento del materiale di cui è costituito il solido. Questa forza dipende solo dalla distanza fra le superfici, dall'area comune e da costanti fondamentali. L'articolo è un ampliamento di una idea già pubblicata da Casimir e Polder pochi mesi prima [2], nel quale studiando la stabilità di sistemi colloidali [3] introduce l'influenza del ritardo nell'energia di interazione fra due atomi neutri nelle forze di Van der Waals-London.



**Figura 1:** H. Casimir, from Society for the Nationaal Archief.

## La forza di Casimir

L'articolo di Casimir parte dall'interazione fra un atomo (o una molecola) e una superficie conduttrice:

$$\delta E = -\frac{3\hbar c}{8\pi} \frac{\alpha}{R^4} \quad (1)$$

### La forza di Casimir

È il vuoto, ovvero lo stato fondamentale dell'elettrodinamica classica (QED) a generare la forza di Casimir: in meccanica quantistica i livelli energetici dell'oscillatore armonico sono dati da

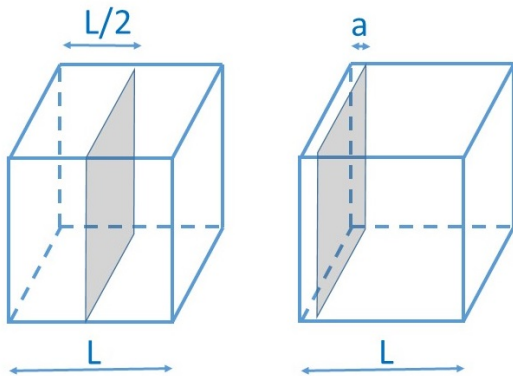
$$E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right)$$

con  $n = 0, 1, 2, \dots$  e  $\hbar$  la costante di Planck. Il primo livello,

$$E_0 = \frac{\hbar\omega}{2}$$

è quello da cui si fa derivare la forza di Casimir. Si tratta di una manifestazione macroscopica della meccanica quantistica.

dove  $\alpha$  è la polarizzabilità statica dell'atomo (o molecola) e  $R$  la distanza fra particella e superficie, nell'ipotesi che questa distanza non sia piccola. Mentre nella derivazione originale [2] la teoria era stata sviluppata a partire da forze di Van der Waals-London correggendola con effetti di ritardo nell'energia di interazione fra i due atomi neutri, ora Casimir la deriva da modifiche del punto di energia zero del campo elettromagnetico. La forza può essere interpretata come pressione delle onde elettromagnetiche al punto zero. La derivazione è semplice, e considera la differenza fra i modi elettromagnetici possibili fra queste due configurazioni mostrate in Fig. 2, ovvero:



**Figura 2:** Geometria utilizzata da Casimir per la derivazione dell'espressione della forza.

I) un cubo a facce conduttrici di lato  $L$  nel quale sia posta una superficie conduttiva a distanza grande, ad esempio  $L/2$  da una qualunque delle facce del cubo;

II) lo stesso cubo nel quale la superficie aggiuntiva sia a distanza piccola  $a$ .

In entrambi i casi  $\frac{1}{2}(\sum_k \hbar\omega_k)$ , dove la somma è fatta su tutte le possibili frequenze di risonanza della cavità diverge, ma non ne diverge la differenza

$$\frac{1}{2}(\sum_k \hbar\omega_k)_I - \frac{1}{2}(\sum_k \hbar\omega_k)_{II} \quad (2)$$

I modi possibili di una cavità definita dalla geometria

$$\begin{aligned} 0 &\leq x \leq L \\ 0 &\leq y \leq L \\ 0 &\leq z \leq a \end{aligned}$$

hanno numeri d'onda

$$\begin{aligned} k_x &= \frac{\pi}{L}n_x \\ k_y &= \frac{\pi}{L}n_y \\ k_z &= \frac{\pi}{L}n_z \end{aligned}$$

dove  $n_x, n_y, n_z$  sono interi positivi e

$$k = \sqrt{(k_x^2 + k_y^2) + k_z^2}.$$

Con  $L$  grande la sommatoria può essere sostituita da un integrale

$$\frac{1}{2} \sum \hbar\omega = \hbar c \frac{L^2}{\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \left[ \frac{1}{2} \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + \frac{\pi^2}{a^2}} \right] dk_x dk_y, \quad (3)$$

e qui si vede come le costanti  $\hbar$  e  $c$  entrano nell'espressione della forza.

Con uno sviluppo in serie si ottiene la formula finale

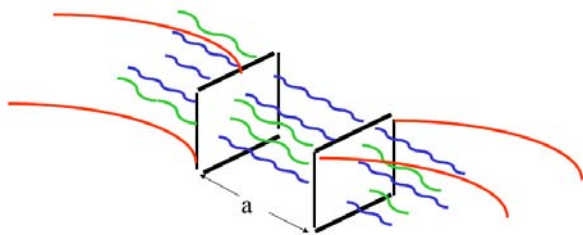
$$F = \hbar c \frac{\pi^2}{240a^4}, \quad (4)$$

la cui conseguenza è una forza per unità di superficie che può essere interpretata come pressione del punto zero delle onde elettromagnetiche.

Le due superfici costituiscono una cavità, nella quale possono esistere solo modi che hanno lunghezza d'onda sottomultiplo della distanza fra le due superfici. L'energia di punto zero (zero point energy) all'interno del risonatore è minore dell'energia di punto zero dello spazio libero. La differenza di energia fra lo spazio vuoto, che possiamo pensare essere quello fra le superfici quando queste sono a distanza infinita, (dove quindi tutti i modi sono possibili) e il medesimo spazio in presenza di superfici a distanza  $a$  fra loro è:

$$U(a) = E(a) - E(\infty) = -\frac{\pi^2 \hbar c A}{720 a^3} \quad (5)$$

dove  $A$  è l'area delle superfici, e  $a$  la loro distanza. La differenza di pressione generata dallo sbilanciamento fra i modi interni e quelli esterni porta alla forza di Casimir, come è artisticamente raffigurato in Fig. 3.



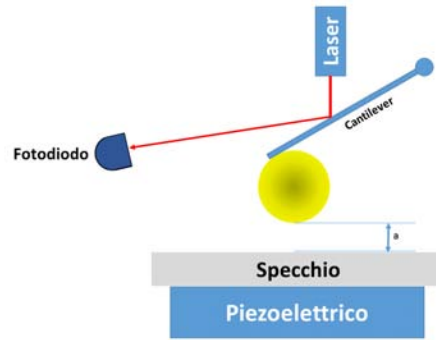
**Figura 3:** Un modo per immaginare la forza di Casimir è considerare lo sbilanciamento fra i modi esistenti all'esterno dello spazio delimitato dalle due superfici rispetto a quelli possibili inclusi fra le superfici. Quelli esterni sono di più, generando la forza.

$$F = -\frac{\pi^2 \hbar c A}{240 a^4} \quad (6)$$

Per fare un esempio, ad una distanza  $d = 100\text{nm}$ , la pressione è dell'ordine di  $10\text{ N/m}^2$  [4].

### Derivazione della forza di Casimir

Grazie alla teoria di Lifshitz [8] si può spiegare la forza di Casimir a partire dalle forze di interazione fra due atomi neutri a distanza  $R$ . Per distanze piccole, rispetto alla lunghezza d'onda della transizione fra lo stato fondamentale e quello eccitato dell'atomo, ritrovando i risultati di Casimir e Polder [2].



**Figura 4:** Schema della misura piano-sfera. Le superfici della sfera e dello specchio vengono ricoperte da uno strato metallico, solitamente alluminio oppure oro. La forza di Casimir piega il cantilever, e un fascio laser viene deflesso. Un fotodiodo (PD) sensibile alla posizione permette di ricavare l'angolo e quindi la forza.

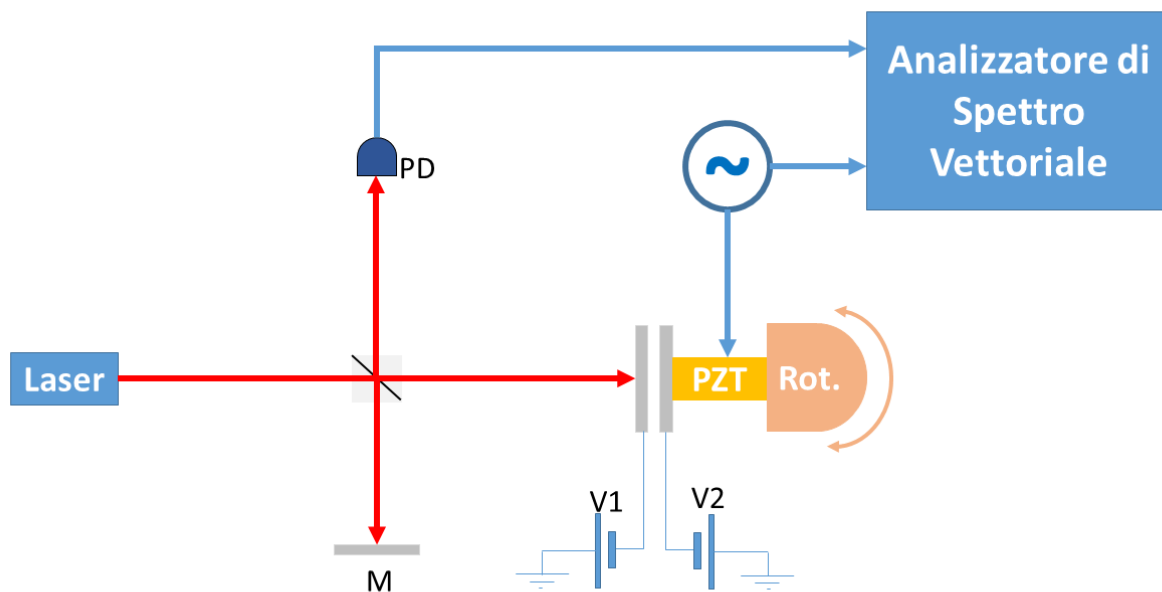
La presenza di forze di attrazione fra atomi neutri porta ad ipotizzare simili forze fra corpi macroscopici a piccola distanza. Lifshitz affronta il problema dal punto di vista macroscopico. L'interazione fra gli oggetti avviene quindi attraverso il campo elettromagnetico presente all'interno del materiale, e che si estende anche al suo esterno sia in forma di onde che si propagano che di onde stazionarie. Questo campo, come sottolinea Lifshitz, non si annulla nemmeno alla temperatura nulla, venendo associato alle vibrazioni del campo di punto zero.

Nel caso di distanze grandi, alla temperatura  $T = 0$ , la forza dipende da  $1/a^4$ , dove  $a$  è la distanza, e dalla costante dielettrica dei materiali interessati. Nel caso di conduttori l'espressione si semplifica riottenendo esattamente l'espressione di Casimir (6), ed è ottenuta considerando i modi normali del campo compreso fra le due superfici.

### La forza di Casimir per diverse geometrie

#### Piano Sfera

La prima misura che abbia confermato l'effetto Casimir è stata fatta con la geometria piano-sfera [9]. Questa geometria, sebbene sia diversa da quella inizialmente calcolata da Casimir, ha il vantaggio di essere sperimentalmente più semplice non presentando i problemi di allineamento delle due superfici piane. Lo schema di una misura piano-sfera si può vedere in Fig. 4.



**Figura 5:** Set-up sperimentale per la misura della forza di Casimir fra superfici piane parallele. PD: fotodiodo per misurare le frange di interferenza, M: specchio fisso dell'interferometro, PZT: attuatore piezoelettrico per la variazione della distanza, Rot: attuatore per la rotazione della superficie mobile per ottenere l'allineamento. V1, V2: alimentatori di tensione per la soppressione della tensione parassita.

Un attuatore piezoelettrico sposta lo specchio verso la sfera. La forza di Casimir flette il cantilever. La flessione è proporzionale alla forza secondo la nota legge di Hooke. Un fotodiodo sensibile alla posizione misura la flessione di un fascio laser riflesso permettendo di risalire all'angolo e quindi alla forza.

Per questa geometria la forza di Casimir ha una dipendenza dal cubo della distanza, anziché dalla quarta potenza. La forma generale è quella dell'equazione seguente [10]:

$$F(a) = \frac{\pi^3}{360} R \frac{\hbar c}{a^3}, \quad (7)$$

dove  $R$  è il raggio della sfera. In generale la forma esatta della forza di Casimir per questa geometria viene calcolata tramite simulazioni numeriche della geometria considerata, e il risultato della misura in funzione della deviazione dalla forza prevista.

### Superfici parallele

La prima misura della forza di Casimir nella configurazione originale di due superfici piane parallele è stata fatta utilizzando la tecnica di misura

omodina[11]. Un esempio di set-up sperimentale per la misura omodina è visibile in Fig. 5 [12], mentre la misura originale [11] è stata eseguita usando una fibra ottica.

Nella tecnica omodina la misura della forza non è fatta in condizioni statiche, ma dinamiche: anziché misurare la forza di attrazione fra le due superfici a diverse distanze usando ad esempio la deflessione di una bilancia di torsione, una delle due superfici viene fatta muovere mediante un attuatore piezometrico ad una frequenza nota. L'altra superficie costituisce lo specchio di un interferometro. L'interferenza fra il raggio laser che viene riflesso dalla superficie e il raggio di riferimento produce su un fotodiodo (PD in figura) una corrente elettrica, la cui variazione nel tempo  $\delta i$  dipende dal movimento dello specchio  $\delta l$ , oltre che dalla variazione della lunghezza d'onda del laser  $\delta \lambda$ . Se il laser è sufficientemente stabile questo ultimo contributo può essere trascurato dalla espressione:

$$\frac{\Delta i}{i_0} = 4\pi v \left( \frac{\delta l}{l} + l \frac{\delta \lambda}{\lambda} \right) \quad (8)$$

dove  $v$  è la visibilità della frangia di interferenza.

Muovendo uno dei due specchi tramite l'attuatore piezoelettrico, anche la superficie che fa da specchio per l'interferometro si muove, a causa della forza fra le due superfici. Questa superficie è mantenuta parallela all'altra tramite un telaio, la cui deformazione costituisce un oscillatore. Dato che fra le due superfici è presente una forza  $F(a)$  che dipende dalla loro distanza, l'equazione del moto dello specchio è:

$$m\ddot{x}_r(t) = -m\omega_r^2 x_r(t) + F(a), \quad (9)$$

dove  $x_r(t)$  è la posizione dello specchio,  $\omega_r = 2\pi\nu_r$  la frequenza angolare propria, e  $m$  la massa. Riscrivendo la distanza  $a$  fra le due superfici come somma della parte stazionaria e di quella oscillante,  $a = a_0 + x_s(t)$ , per una forza della forma  $F(a) = C/a^n$ , si ha:

$$F(x_s, a_0) \simeq \frac{C}{a_0^n} \left[ 1 - n \frac{x_s}{a_0} + \frac{n(n+1)}{2} \left( \frac{x_s}{a_0} \right)^2 \right]. \quad (10)$$

Queste componenti della forza modificano l'ampiezza, la frequenza e la fase del moto libero dell'oscillatore.

Una modulazione periodica della posizione di una delle due superfici,  $x_s = x_s^0 \cos \omega_s t$  fornisce, al primo ordine, una forza della forma:

$$F(t) = \frac{C}{a_0^n} \left( 1 - n \frac{x_s^0}{a_0} \cos \omega_s t \right) \quad (11)$$

Dato che i due specchi si muovono alla stessa frequenza si ottiene che lo spettro di Fourier della soluzione dell'equazione del moto (8) ha un picco alla frequenza  $\nu_s = \omega_s/2\pi$  la cui ampiezza è:

$$A_s^0 = n \frac{C x_s^0}{m \omega_r^2 a_0^{n+1}}. \quad (12)$$

Quindi in questo caso la forza ha una dipendenza dalla quinta potenza della distanza:

$$A_C = \frac{\pi^2 \hbar c S}{60 m \omega_r^2 a_0^5} x_s^0 \quad (13)$$

## Fattori correttivi

La forma originale della forza di Casimir è calcolata supponendo che la misura sia eseguita fra due superfici che siano:

- perfettamente conduttive,

- perfettamente piane,
- perfettamente parallele
- alla temperatura di zero assoluto,  $T = 0$  K.

La pratica sperimentale chiaramente non rispetta queste condizioni, e deviazioni dalle stesse ha conseguenze misurabili sulla forza di Casimir.

## Effetto termico

Le formule della forza di Casimir fino a qui considerate sono state calcolate alla temperatura di zero assoluto, ovvero ignorando la presenza di fotoni termici. Per distanze piccole l'effetto termico è trascurabile, ma a distanze grandi a causa dello spettro di corpo nero questo effetto non può più essere trascurato.

Per

$$\lambda_T \geq \frac{2\pi c}{\omega} = \frac{\hbar c}{k_B T}, \quad (14)$$

dove  $k_B$  è la costante di Boltzmann e  $T$  la temperatura in gradi Kelvin, l'effetto termico diventa dominante. Circa  $7 \mu\text{m}$  a temperatura ambiente. In particolare la forza in questo caso dipende da  $1/a^3$  [8]:

$$F = \frac{T}{8\pi a^3} \left( \frac{\epsilon_0 - 1}{\epsilon_0 + 1} \right)^2, \quad (15)$$

e dipende solo dalla temperatura e dalla costante dielettrica  $\epsilon_0$  del materiale.

## Rugosità e conducibilità finita

Prendiamo ad esempio la forza di Casimir nel caso piano-sfera, Eq. (7). L'espressione della forza nel caso ideale  $F(a)$  deve essere corretta nel caso che la conducibilità del materiale non sia infinita. Seguendo [10], se  $\omega_p$  è la frequenza di plasma, oltre la quale il metallo è trasparente, la correzione alla forza di Casimir è:

$$F_c^{(p)}(a) = F(a) \left[ 1 - \frac{4c}{a\omega_p} + \frac{72}{5} \left( \frac{c}{a\omega_p} \right)^2 \right]. \quad (16)$$

La rugosità del materiale modifica ulteriormente l'espressione della forza, aggiungendo il fattore correttivo seguente:

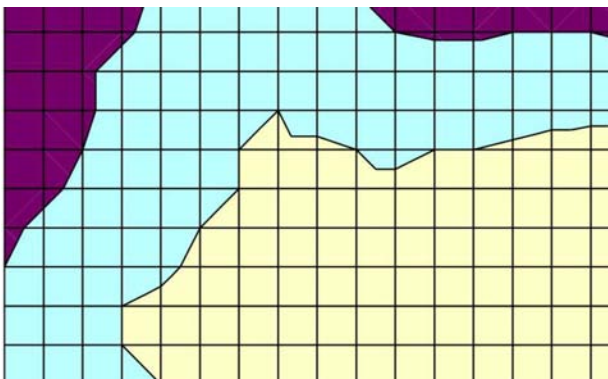
$$F^R(a) = F_c^{(p)}(a) \left[ 1 + 6 \left( \frac{A_r}{a} \right)^2 \right], \quad (17)$$



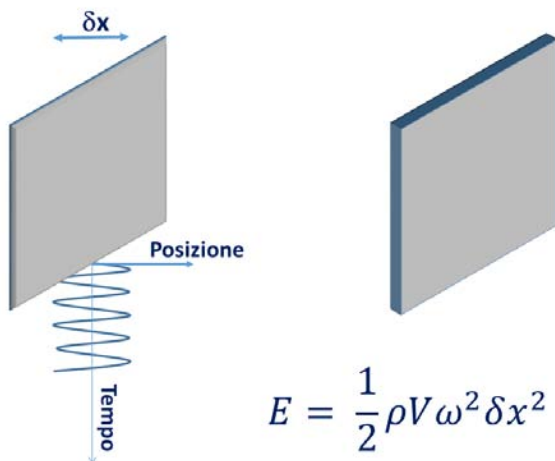
dove  $A_r$  è la rugosità media, considerata uguale per le due superfici, in questo caso.

### Patch effect

Per patch effect si intende la forza di attrazione fra le due superfici causata dal fatto che sebbene esse siano mantenute allo stesso potenziale, questo sia vero in media su tutta la superficie. In realtà la superficie di un metallo non può essere tutta equipotenziale, essendo costituita da microcristalli di diverse funzioni lavoro (*work function*). L'effetto può essere calcolato, dopo aver misurato la distribuzione dei patch ad esempio con un *atomic force microscope*. Un tipico risultato è mostrato in Fig. 6.



**Figura 6:** Grafico della *Work function* di un bulk in alluminio ottenuto con la *Kelvin probe*.



**Figura 7:** Nell'effetto *Casimir dinamico* lo spostamento periodico di uno dei due specchi risulta nella creazione di fotoni reali. L'effetto è proporzionale alla frequenza di oscillazione  $\omega^2$ , alla ampiezza dell'oscillazione  $\delta x^2$ .

## Effetto Casimir Dinamico

L'idea che uno specchio che si muova ad una velocità confrontabile a quella della luce possa convertire fotoni virtuali in fotoni reali effettivamente osservabili è alla base dell'effetto Casimir dinamico [5, 6]. Anche questa è una conseguenza del fatto che lo spazio vuoto non sia privo di struttura. Così come nell'effetto Casimir statico la forza deriva dalla differenza di pressione fra i modi possibili all'interno della cavità formata dalle due superfici, nell'effetto Casimir dinamico la struttura del vuoto varia nel tempo. Se il movimento è lento, lo stato fondamentale del campo elettromagnetico del vuoto si riadatta adiabaticamente, ma quando la velocità degli specchi è confrontabile con quella della luce il campo elettromagnetico non ha il tempo di adattarsi, e si ha la generazione dei fotoni reali [19]. Lo specchio deve dunque muoversi di un moto sinusoidale ad una frequenza molto alta, almeno di qualche GHz.

Il numero di fotoni atteso può venire calcolato, generalmente si distingue fra due situazioni:

1) Configurazione unidimensionale, dove uno specchio segue un moto armonico di frequenza  $\Omega$  ed ampiezza  $a$ , per un tempo finito  $T$ . Il numero di fotoni generati tramite l'effetto Casimir dinamico risulta:

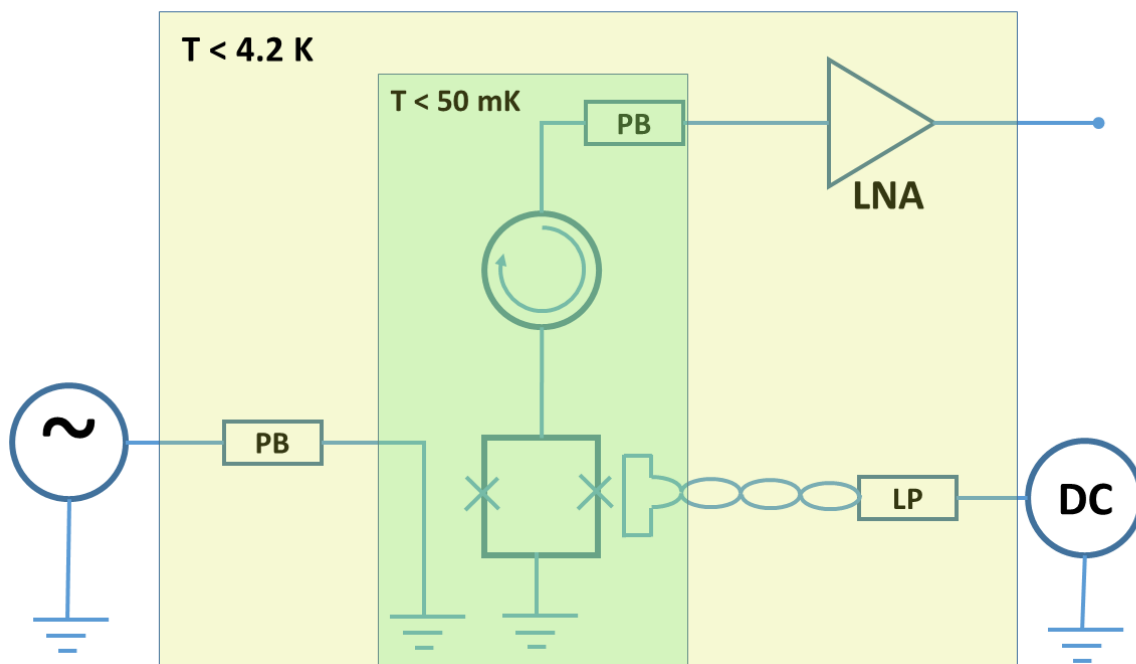
$$N_{ph} = \frac{\Omega T}{6\pi} \left(\frac{v}{c}\right)^2 \quad (18)$$

dove  $v$  è la velocità alla quale si muove lo specchio e  $c$  la velocità della luce.

2) In una cavità tridimensionale per una variazione  $\epsilon = \frac{dL}{L_0}$  della lunghezza della cavità e  $n = \frac{\Omega t}{2\pi}$  essendo il numero di cicli, il numero di fotoni generati è:

$$N_{ph} = \sinh^2(n\pi\epsilon). \quad (19)$$

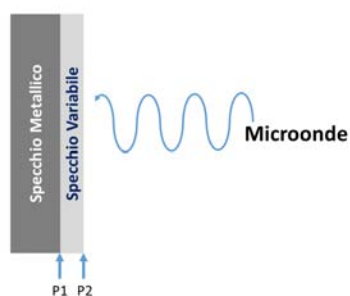
Chiaramente non è possibile muovere fisicamente uno specchio a tali velocità. Varie tecniche sperimentali sono state proposte, ad esempio variando la riflettività di uno dei due specchi mediante illuminamento con laser pulsati [20]. L'utilizzo di questa tecnica in una cavità ottica risonante inoltre aumenta l'effetto [7]: in una cavità risonante il numero di fotoni raddoppia. Essendo  $Q$  il fattore di qualità della cavità il numero



**Figura 8:** Lo SQUID, nella parte centrale in basso, è accoppiato ad un flusso DC (continuo) di campo magnetico detto di bias attraverso un filtro passa basso (a destra) e ad flusso variabile attraverso un filtro bassa-banda (da sinistra) il segnale che permette di rivelare l'effetto Casimir dinamico viene trasferito ad un amplificatore attraverso un circolatore. Tutto il sistema è a bassa temperatura: inferiore a 50 mK lo SQUID ed il circolatore, inferiore a 4.2 K l'amplificatore e i filtri (adattato da [19]).

di fotoni attesi per una cavità con  $Q = 10^6 - 10^8$  è circa  $N_{ph} \geq 10^2 - 10^3$ .

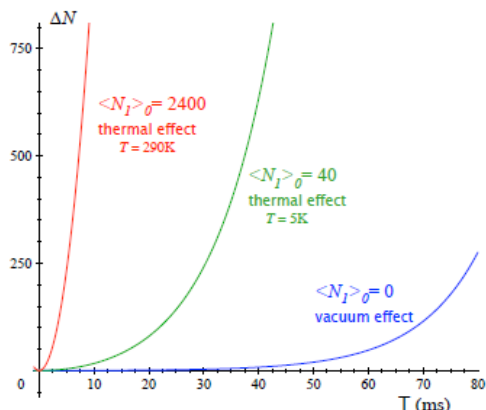
Alla base di questa tecnica è l'idea di rendere trasparente la prima superficie di uno dei due specchi della cavità, in modo periodico. La cavità quindi cambia le proprie dimensioni alternando la posizione di uno dei due specchi, come si vede nelle Figure 7 e 9.



**Figura 9:** Rendendo periodicamente trasparente uno specchio usando illuminamento da un laser pulsato si sposta virtualmente la lunghezza della cavità, spostando la posizione dello specchio da quello che è reso trasparente ad un substrato posto al di sotto di esso.

Un'altra tecnica, che ha portato alla prima misura dell'effetto Casimir dinamico, consiste nell'utilizzo di SQUID (Superconducting Quantum Interference Device: dispositivo superconduttore a interferenza quantistica). Lo SQUID è un magnetometro. La lunghezza elettrica può essere modulata ad una frequenza superiore a 10 GHz, modulando l'induttanza dello SQUID, che può essere pensato come due giunzioni Josephson connesse in modo da formare un anello [19]. Ad alte frequenze lo SQUID si comporta come un'induttanza parametrica, cioè un'induttanza il cui valore  $L_J$  può essere variato applicando un flusso magnetico variabile  $\Phi_{ext}$  attraverso l'anello. Lo SQUID viene quindi posizionato alla fine di una linea di trasmissione. La variazione di induttanza provocata dalla variazione di  $\Phi_{ext}$  può essere pensata come ad una variazione della lunghezza (elettrica) del circuito, ottenendo un effetto simile alla variazione di posizione degli specchi. Il circuito utilizzato per questa misura si può vedere nella Figura 8. Lo SQUID è accoppiato ad un flusso DC (continuo) di campo magnetico detto di bias attraverso un filtro passa basso, mentre il flusso variabile  $\Phi_{ext}$  viene

accoppiato allo SQUID attraverso un filtro passa-banda. Il segnale Casimir dinamico viene trasferito ad un amplificatore attraverso un circolatore. Lo SQUID richiede temperature criogeniche, che giovano comunque alla linea riducendone il rumore termico.



**Figura 10:**  $\langle N_1 \rangle_0$  è il numero di fotoni termici calcolati alle diverse temperature. È nullo allo zero assoluto, ed aumenta con la temperatura [22].

È anche possibile fare una stima quantitativa dell'effetto atteso: se la variazione di induttanza avviene alla frequenza  $\omega_d = 2\pi f$  allora i fotoni (reali) sono prodotti in coppie tali che le loro frequenze soddisfano alla relazione  $\omega_+ + \omega_- = \omega_d$ . Il flusso di fotoni atteso è lo stesso della configurazione a specchi mobili:

$$\Gamma = \left( \frac{\omega_d}{12\pi} \right) \left( \frac{v_e}{c_0} \right)^2, \quad (20)$$

dove  $v_e = \delta l_e \omega_d$  e  $\delta l_e$  è la variazione di lunghezza elettrica del circuito. Sebbene questo sistema presenti diverse incertezze sperimentali, essa è considerata la prima misura dell'effetto Casimir dinamico.

Anche per l'effetto Casimir dinamico, come è intuibile, si deve considerare la presenza e l'influenza di fotoni reali dovuti alla temperatura non nulla alla quale viene condotto l'esperimento. La Fig. 10 ne mostra la simulazione numerica a diverse temperature: detto  $\langle N_1 \rangle_0$  il numero di fotoni termici, il contributo a 0 K è nullo, mentre aumenta velocemente con la temperatura.

## Conclusioni

L'effetto Casimir rappresenta una manifestazione macroscopica della meccanica quantistica, anche a questo si deve il fascino che esercitò sulla comunità dei fisici.

## Ringraziamenti

L'autore ringrazia Caterina Braggio, Giovanni Carugno e Giuseppe Ruoso per lo scambio di informazioni che sono state utili nella stesura di questo articolo.



- [1] H. B. G. Casimir: *On the attraction between two perfectly conducting plates*, Proc. K. Ned. Akad. Wet., **51** (1948) 793.
- [2] H. B. G. Casimir and D. Polder: *The Influence of Retardation on the London-van der Waals Forces*, Phys. Rev. Lett., **73** (1948) 360.
- [3] E. J. W. Verwey et al: *Theory of the Stability of Lyophobic Colloids*. Elsevier, Amsterdam (1948).
- [4] D. Iannuzzi et al.: *Effect of hydrogen-switchable mirrors on the Casimir force*, PNAS, **101** (2004) 4019.
- [5] G. Moore: *Quantum theory of the electromagnetic field in a variable-length one-dymensional cavity*, J. Math. Phys., **11** (1970) 2679.
- [6] M. Kardar and R. Golestanian: *The "friction" of vacuum, and other fluctuation-induced forces*, Rev. Mod. Phys., **71** (1999) 1233.
- [7] V. V. Dodonov and A. B. Klimov: *Generation and detection of photons in a cavity with a resonantly oscillating boundary*, Phys. Rev. A, **53** (1996) 2664.
- [8] E. M. Lifshitz: *The Theory of Molecular Attractive Forces between Solids*, Sov. Phys. JETP, **2** (73) 1956.
- [9] P. H. G. M. Blokland and J. T. G. Overbeek: *van der Waals forces between objects covered with a chromium layer*, J. Chem. Soc. Faraday Trans., **1** **74** (1978) 2637.
- [10] U. Mohideen and A. Roy: *Precision Measurement of the Casimir Force from 0.1  $\mu\text{m}$  to 0.9  $\mu\text{m}$* , Phys. Rev. Lett., **81** (1998) 4549.
- [11] G. Bressi et al: *Measurement of the Casimir Force between Parallel Metallic Surfaces*, Phys. Rev. Lett., **88** (2002) 041804.
- [12] P. Antonini et al: *An experimental apparatus for measuring the Casimir effect at large distances*, J. Phys.: Conf. Ser., **161** (2009) 012006.
- [13] F. Capasso et al: *Quantum Mechanical Actuation of Microelectromechanical Systems by the Casimir Force*, Science, **291** (2001) 1941.
- [14] F. Chen et al: *New Features of the Thermal Casimir Force at Small Separations*, Phys. Rev. Lett., **90** (2003) 160404.



- [15] C. Genet et al: *Temperature dependence of the Casimir effect between metallic mirrors*, Phys. Rev. A, **62** (2000) 012110.
- [16] S. K. Lamoreaux: *Demonstration of the Casimir Force in the 0.6 to 6  $\mu\text{m}$  Range*, Phys. Rev. Lett., **78** (1979) 5.
- [17] B. W. Harris et al: *Precision measurement of the Casimir force using gold surfaces*, Phys. Rev. A, **62** (2000) 052109.
- [18] H. B. Chan et al: *Quantum Mechanical Actuation of Microelectromechanical Systems by the Casimir Force*, Science, **291** (2001) 1971.
- [19] C. M. Wilson et al: *Observation of the dynamical Casimir effect in a superconducting circuit*, Nature, **479** (2011) 376.
- [20] C. Braggio et al: *Semiconductor microwave mirror for a measurement of the dynamical Casimir effect*, Rev. Sci. Instrum., **75** (2004) 4967.
- [21] C. Genet et al: *Temperature dependence of the Casimir effect between metallic mirrors*, Phys. Rev. A, **62** (2000) 012110.
- [22] C. Braggio: *Particle generation from the quantum vacuum: an experimental study to detect the Motion Induced Radiation in the laboratory*, Tesi Dottorato Università di Ferrara, (2007).



**Piergiorgio Antonini:** è un tecnologo dei Laboratori Nazionali di Legnaro (LNL) dell'INFN. Si è occupato di fisica nucleare, stabilizzazione di laser su cavità criogeniche, relatività ristretta, effetto Casimir ed ottica. Attualmente è fisico di macchina del ciclotrone recentemente installato presso i LNL.

