

---

# Convezione nel mantello

**John A. Whitehead**

*Department of Physical Oceanography,  
Woods Hole Oceanographic Institution, Woods Hole, MA 02540 USA*

---

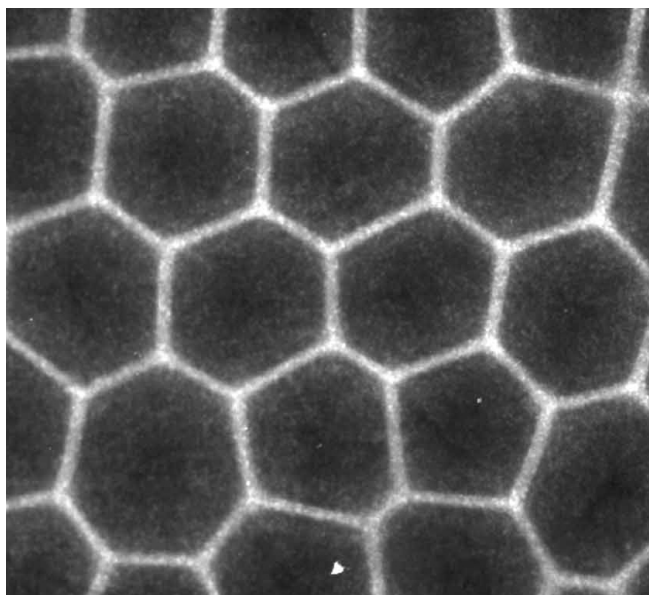
**È** noto che la convezione nel mantello terrestre determina i moti della tettonica a placche. Elencheremo i vincoli imposti dalle osservazioni geofisiche e geochemiche. Spiegheremo la natura dello strato limite superiore nel caso di convezione con un numero di Prandtl infinito ed un numero di Rayleigh molto alto. Formuleremo un esempio molto semplice, mostrando celle di convezione bipolari, con particolare attenzione allo strato limite termico superiore. Mostriamo poi due esempi aggiuntivi. Nel primo, il risalire dal fondo di un fluido a bassa viscosità attraverso un fluido più viscoso produce un pennacchio con una grande testa e un piccolo condotto sottostante. Nel secondo, una cella di convezione unipolare della deriva continentale, al di sotto di elementi galleggianti ed isolanti, produce una auto-propulsione. Questo flusso semplice ha una zona di subduzione inclinata che non è presente nella convezione ordinaria. Citeremo recenti articoli e libri che descrivono il grande numero di modelli numerici che cercano di incorporare tutte le complessità della Terra nelle simulazioni.

L'esempio più semplice possibile di convezione di Rayleigh-Bénard è quello di uno strato orizzontale di fluido con una viscosità Newtoniana immobile in un campo di gravità. Se il gradiente verticale di temperatura eccede un valore critico, crescono piccole perturbazioni ed emerge un

**C**onvection in the mantle of the earth is known to drive plate tectonics. The constraints imposed by geophysical and geochemical observations are listed. The nature of the top boundary layer for convection with infinite Prandtl number and high Rayleigh number is explained. A very simple example is formulated and the bipolar convection cells shown, with emphasis upon the top thermal boundary layer. Two examples of additional processes are shown: In the first, upwelling of low viscosity fluid from the bottom of a deep more viscous fluid produces a plume with a large head and small trailing conduit. In the second, a monopolar continental drift convection cell under floating insulators produces self-propulsion. The simple flow has a tilted subduction zone that is lacking in ordinary convection. Some recent articles and books are listed that describe the large suite of numerical models that try to incorporate all the complexities of the earth into the simulations.

The simplest possible example of Rayleigh-Bénard convection starts with a horizontal layer of motionless fluid with a Newtonian viscosity in a field of gravity. If the vertical temperature gradient exceeds a critical value, small perturbations grow and cellular motion emerges. The parame-

moto cellulare. Il parametro che descrive il gradiente è chiamato numero di Rayleigh  $Ra$ . Le sezioni orizzontali dei flussi cellulari mostrano molte strutture distinte nelle loro sezioni orizzontali che dipendono da  $Ra$ , e dal numero di Prandtl  $Pr$  che è il rapporto tra diffusività viscosa e quella termica. Altri parametri esprimono gli effetti della compressione, i cambiamenti della fase di solido cristallino, variazioni di viscosità, variazioni di conduttività termica, viscosità non-Newtoniana, viscosità elastica, ed effetti di superficie.



La Figura 1 mostra poligoni nella glicerina con  $Ra$  vicino al valore critico. I poligoni emergono dalla dipendenza della viscosità dalla temperatura [1]. Questa struttura si trasforma in una con celle a forma di rotoli paralleli per valori di  $Ra$  più grandi.

Negli anni che vanno dal 1965 al 1975, ho eseguito un certo numero di esperimenti per documentare la forma e la lunghezza d'onda delle strutture cellulari [2, 3, 4]. Ho iniziato questi studi come studente in un dipartimento di ingegneria interessato alla fisica in generale, ma, poiché il tipo di convezione che stavo studiando era applicabile alla convezione del mantello terrestre, gravitavo verso progetti di scienze della terra e dell'oceano e mi sono associato al Woods

ter describing the gradient is called the Rayleigh number  $Ra$ . Many horizontal patterns of cellular flow have been found, depending on  $Ra$  and the ratio of viscous to thermal diffusivity—the Prandtl number  $Pr$ . Additional parameters express the effects of compression, solid crystal phase changes, viscosity variation, thermal conductivity variation, non-Newtonian viscosity, visco-elasticity, and surface effects.

**Figura 1:** Celle di convezione poligonali in glicerina con  $Ra$  di poco superiore a quello critico. L'immagine è formata con una luce quasi perfettamente parallela da un punto distante che è inviata attraverso uno strato di fluido e sopra uno schermo. Le regioni fredde in affondamento agiscono come lenti convergenti e producono un'area bianca, e le regioni calde in risalita al centro agiscono come lenti divergenti e trasmettono pochissima luce. Lo schermo è posizionato ad una distanza dallo strato di fluido che produce il fuoco principale da luce convergente, perciò la netta localizzazione dei bordi bianchi del poligono è un effetto ottico.

*A shadowgraph of polygonal cells in glycerin with  $Ra$  slightly above critical. The image is formed with almost perfectly parallel light from a distant point source that is sent up through the fluid layer and onto a screen. The cold sinking regions act as convergent lenses and produce a white region, and the hot rising regions at the center act as divergent lenses and show almost no light. The screen is located at a distance from the fluid layer that produces the most focus by the convergent light, so the sharp localization of the white polygon boundaries is an optical effect.*

Figure 1 shows polygons in glycerin with  $Ra$  close to the critical value. The polygons arise from viscosity dependence on temperature [1]. The pattern gives way to two-dimensional roll cells at larger  $Ra$ .

In the years 1965 to 1975, I conducted a number of laboratory experiments to document the form and wavelength of the cellular structure [2, 3, 4]. I began these studies as a student in an engineering department with an emphasis on general physics, but since the type of convection I was studying was applicable to mantle convection, I gravitated toward projects in earth and ocean science and joined Woods Hole Oceanographic Institution as a scientist in 1971.

Hole Oceanographic Institution come scienziato nel 1971.

In questo processo di cambiamento, ho incontrato il professore Edward Spiegel e abbiamo continuato ad essere amici e colleghi da allora. La sua abilità di trasmettere il suo entusiasmo nella scienza mi ha sempre motivato ed ispirato. Come tributo alla nostra perdurante amicizia e con l'amichevole stile del professor Spiegel presenterò questa descrizione della convezione nel mantello della Terra con qualche nota personale legata alle mie esperienze.

## Tettonica a placche

Nel corso degli anni '60 si costituì l'idea della tettonica a placche e fu ipotizzato che la circolazione all'interno della terra si muovesse tramite una qualche sorta di celle di convezione. [5]. Speravo che il mio lavoro potesse essere utile nel comprendere la convezione del mantello, e quindi iniziai il viaggio senza fine del cercare di comprendere la terra e l'oceano. Innanzi tutto, era ben noto anche allora che la Terra è composta da molti strati [6, 7]. In cima ci sono due corpi differenti. Il primo è formato dai continenti con uno strato di sedimenti che copre roccia granitica (la crosta continentale) con uno spessore di poco meno di 40 km, in media. L'altro corpo è il fondo oceanico che è composto da uno strato di sedimenti che coprono basalto (la crosta oceanica), che ha uno spessore medio di circa 5 km. Sotto entrambi queste regioni c'è il mantello, che si estende in basso fino alla frontiera del ferro liquido ad un raggio di circa 3400 km. La temperatura aumenta con la profondità del mantello a causa dell'aumento del valore della pressione idrostatica, ed esistono delle discontinuità nel valore della densità del mantello a profondità diverse in corrispondenza dei cambiamenti di fase della struttura cristallina dei vari minerali. Un nocciolo interno di materiale solido ha un raggio di 1200 km.

Numerosi dati di geologia marina divennero disponibili dopo il 1965 e confermarono fin nei dettagli il quadro della tettonica a placche (Figura 2). Sebbene il mantello sia elastico fino a circa 50km di profondità, possiamo considerare il mantello terrestre come un materiale viscoso che si muove lentamente alla temperatura di 1400

In the process, I met Professor Edward Spiegel and we have continued to be a friends and colleagues ever since. His ability to convey his scientific enthusiasm has always motivated and inspired me. In tribute to our continuing friendship and with Professor Spiegel's friendly and wonderfully warm style, I am writing this description of convection in Earth's mantle with some personal notes about my own experiences.

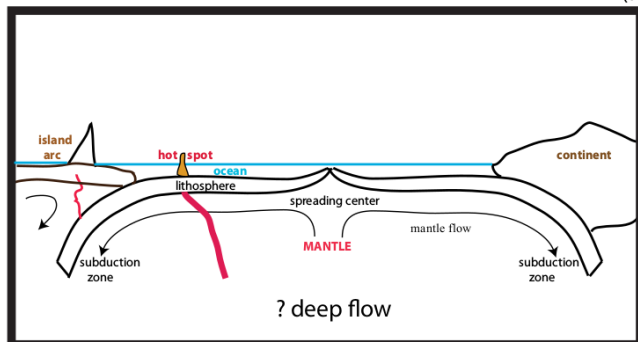
## Plate tectonics

During the 1960's, the idea of plate tectonics was forming and it was hypothesized that circulation within the earth itself moved with a form of cellular convection [5]. I hoped my work might help understand mantle convection, and thus I began the never-ending journey of trying to understand the earth and ocean. First, it was well known even then that Earth has many internal layers [6, 7]. At the top are two different bodies. One body is the continents with a layer of sediment covering granitic rock (the continental crust) averaging a little less than 40 km in thickness. The other body is the ocean floor that is composed of a layer of sediment overlying basalt (the oceanic crust), which averages approximately a thickness of 5 km. Below both regions lies the mantle, which extends down to the iron liquid core boundary at a radius of 3400 km. Temperature increases with depth in the mantle due to increasing hydrostatic pressure and there are jumps in density of the mantle at a number of depths corresponding to phase changes in the crystalline structure of the various minerals. An inner core of solid material has a radius of 1200 km.

Numerous marine geology data sets were coming to light after 1965 to verify the picture of plate tectonics (Figure 2) in great detail. Although the mantle is elastic in the upper 50km, we consider Earth's deeper mantle to be a viscous creeping material. It has a temperature of about 14000 °C and lies above a hot liquid iron core.



(a)



(b)

**Figura 2:** (a) Una mappa semplificata delle maggiori placche tettoniche. Queste placche si muovono su un mantello più profondo e si generano lungo i centri di espansione localizzati negli oceani (frecche divergenti) e sprofondano nella terra lungo i margini convergenti che sono anche zone di subduzione (frecche convergenti). La maggior parte dei margini convergenti sono ai bordi dell'oceano Pacifico e sono associati con vulcanismo. Quando sono vicino ad un continente sono responsabili della formazione delle montagne (figura di pubblico dominio NOAA). (b) Una rappresentazione schematica della sezione verticale della terra dal mantello intermedio alla superficie che mostra le strutture principali.

(a) A simple map of the largest plates in plate tectonics. These plates move over the deeper mantle and are generated at mid-ocean spreading centers (diverging arrows) and sink into the earth at converging margins, which are also subduction zones (converging arrows). Most converging margins are at the rim of the Pacific Ocean and are associated with volcanism. If they are also near a continent they produce mountain building. (NOAA public domain figure) (b) A sketch of a vertical section of the earth from the mid-mantle to the surface showing the major structures.

°C e giace su un nocciolo di ferro liquido ancor più caldo.

Su entrambe le parti della dorsale medio oceanica, l'oceano diventa gradualmente più profondo e, alla fine, supera la profondità di 4 km. Lungo la dorsale il fondo oceanico si frattura costantemente e le due metà si muovono lateralmente, mantenendo la natura di corpi solidi. Il movimento di ciascuna "placca" è confermato sia dai dati di campo magnetico, sia dal ritrovamento di fossili più antichi nei sedimenti maggiormente distanti dalla cresta. La risalita del mantello verso i centri di espansione è accompagnata da una piccola componente di magma fuso che sgorga dal fondo oceanico, in luoghi ampi solamente uno o due chilometri posti esattamente sul centro di espansione. Questo magma si solidifica e forma una crosta oceanica di basalto. Il profilo di velocità laterale al variare della profondità al di sotto di una placca non è determinabile sulla base dei dati ad oggi disponibili, e sono pochi anche i dati riguardo al flusso che riporta il materiale verso i centri di espansione. Il profilo di temperatura di un corpo che si raffredda per conduzione termica mentre si allontana costantemente dal centro di espansione può essere

On both sides of a mid-ocean ridge, the ocean floor gradually becomes deeper and ultimately exceeds depths of over 4 km. The ocean floor steadily splits at the ridge and spreads apart as two solid bodies. The speed of each "plate" is verified both by magnetic field data and by dating older life in the sediment away from the crest. Upwelling of the mantle at spreading centers is accompanied by a small component of melted magma that rises to the ocean floor at a location that is only one or two kilometers wide on the exact spreading center. This magma solidifies and forms the basaltic ocean crust. The profile of the lateral velocity under a plate with depth is presently not determined by data, and return flow to the spreading center is poorly constrained. The temperature profile is easily calculated for a body cooled by thermal conduction as it steadily moves away from the spreading center. Results agree with extensive heat flow measurements on the ocean floor. The deeper ocean floor away from the ridge crest is the result of the hydrostatic pressure balance of the developing cold boundary layer (Figure 2b). Ocean depth

calcolato facilmente. I risultati sono in accordo con le abbondanti misure del flusso di calore dal fondo oceanico. L'approfondirsi del fondo oceanico lontano dalla cresta della dorsale è il risultato del bilancio della pressione idrostatica dello strato freddo che si sviluppa ai bordi (Figura 2b). Questo è confermato dalle misure di profondità oceanica fatta in molte parti del globo. Lungo i margini convergenti, le placche fredde affondano nel mantello della terra spinte dalla loro grande densità perché sono fredde. Queste zone erano note perché i sismografi registrano in abbondanza i grandi terremoti generati dalla loro tensione in epicentri posizionati a profondità di centinaia di chilometri lungo le placche discendenti. Quindi, si è verificato che questo strato superficiale (chiamato litosfera dai geofisici) funge da strato limite freddo per la convezione del mantello [5]. Di solito per la tettonica a placche si possono ignorare i continenti. Tuttavia, quando il materiale continentale incontra le zone di subduzione, molto di esso rimane alla superficie dove si formano le montagne.

## La dinamica che governa il moto

Presento un modello semplice di convezione che era di moda nel 1980. Anche allora, e certamente adesso, la maggior parte dei modelli numerici della convezione del mantello sono molto più complicati di questo. Cominciamo con una equazione che esprime la conservazione della massa di un fluido incompressibile

$$\nabla' \cdot \mathbf{u}' = 0 . \quad (1)$$

Gli apici denotano che tutto è dimensionale. La ragione sarà chiara presto. Una seconda equazione esprime la conservazione della quantità di moto e dello stress interno per un fluido viscoso.

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial t'} + \rho(\mathbf{u}' \cdot \nabla')\mathbf{u}' = -\nabla' p' + \nabla' \cdot \boldsymbol{\tau}' + g\alpha\rho_0 T' \hat{k} . \quad (2)$$

Il primo e il secondo termine della (2) rappresentano l'accelerazione calcolata in un certo punto ed il passaggio di quantità di moto attraverso quel punto. Il terzo termine è il gradiente di pressione; il quarto è la divergenza del tensore degli sforzi interni; l'ultimo è la forza di gravità che agisce sulle fluttuazioni della densità rispetto

measurements over many parts of the globe confirm this. At convergent margins, the dense cold plates sink into the mantle of the earth propelled by their own large density because they are cold. These were known because large tensile generated earthquakes are prolifically recorded by seismometers from locations at depths of hundreds of kilometers in the descending plates. Therefore, it is verified that this top layer (called the lithosphere by geophysicists) is like the cold thermal boundary layer of mantle convection [5]. Generally for plate tectonics the continents are ignored. However, when continent material encounters subduction zones, much of it remains at the surface where mountains are built.

## Governing dynamics

Here is a simple model of mantle convection that was popular in 1980. Even then, and certainly now, most numerical models of mantle convection are considerably more complicated than this one. We start with an equation expressing the conservation of mass for an incompressional fluid

$$\nabla' \cdot \mathbf{u}' = 0 . \quad (1)$$

The primes denote that everything is dimensional. The reason will become clear soon. A second equation expresses the conservation of momentum and internal stress for a viscous fluid.

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial t'} + \rho(\mathbf{u}' \cdot \nabla')\mathbf{u}' = -\nabla' p' + \nabla' \cdot \boldsymbol{\tau}' + g\alpha\rho_0 T' \hat{k} . \quad (2)$$

The first and second terms of (2) are acceleration at a point and movement of momentum into and out of a point. The third term is the gradient of pressure; the fourth is the divergence of internal stress; and the last is the force of gravity acting on deviations of density from uniform density. Vertical change in pressure from the uniform com-

alla densità uniforme. Sono stati sottratti i cambiamenti verticali di pressione dovuti alla componente uniforme della densità del fluido soggetto alla gravità. Una terza equazione esprime la conservazione dell'energia termica

$$\frac{\partial T'}{\partial t'} + \mathbf{u}' \cdot \nabla' T' = \kappa \nabla'^2 T' + \frac{H'}{\rho C_p} . \quad (3)$$

Il primo e il secondo termine in (3) sono il cambio della temperatura nel tempo e la derivata avvertiva, che esprime il trasporto della temperatura dovuto ad un campo di velocità attraverso un punto dato. Il terzo termine è il modo usuale di rappresentare la conduzione termica molecolare del calore. Il quarto è il calore generato internamente, ad esempio, per decadimento radioattivo o per riscaldamento joule se il fluido trasporta elettricità. Nelle equazioni (1-3), il vettore velocità è  $\mathbf{u}'$ , la densità media è  $\rho_0$ , la temperatura  $T'$ , il tempo  $t'$ , l'accelerazione di gravità  $g$ , il coefficiente di espansione termica lineare è  $\alpha$ , la diffusività termica  $\kappa$ , il calore generato internamente  $H'$ , il calore specifico a pressione costante  $C_p$ ,  $\hat{k}$  è un vettore unitario nella direzione  $z'$ , con la forza di gravità diretta verso il basso, e, infine, il tensore degli sforzi è

$$\tau'_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x'_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x'_i} \right) ,$$

dove la viscosità, indicata con  $\mu$ , è costante. All'inizio la temperatura è dappertutto  $T'_0$ . Il fluido è in una camera bidimensionale di profondità  $D'$ . La temperatura è uniforme, e la temperatura lungo il fondo è  $T'_0 + \Delta T'$ .

Nel passo successivo, queste verranno trasformate in equazioni prive di unità dimensionali, una tecnica normalmente usata in fluidodinamica. Le variabili diventano adimensionali dividendo la velocità per una velocità  $\kappa/D'$ , ed analogamente si procede con le altre variabili usando una scala di temperatura  $\Delta T'$ , di tempo  $D'^2/\kappa$ , una scala di lunghezza  $D'$ , e una scala di calore interno  $\rho C_p \kappa \Delta T'/D'^2$  dove  $\kappa = k_T/\rho C_p$  e  $k_T$  è la conduttività termica. La temperatura adimensionale è  $T = (T' - T'_0)/\Delta T'$ .

Le variabili adimensionali non hanno primi.

ponent of density of the fluid in gravity has been subtracted away. A third equation expresses the conservation of thermal energy

$$\frac{\partial T'}{\partial t'} + \mathbf{u}' \cdot \nabla' T' = \kappa \nabla'^2 T' + \frac{H'}{\rho C_p} . \quad (3)$$

The first and second terms of (3) are the change in temperature with time at a point and the advective derivative, which expresses the movement of temperature by a flow field into and out of a point. The third term is standard molecular thermal conduction of heat. The fourth is heat generated internally, perhaps for example by radioactive decay or by joule heating if the fluid conducts electricity. In equations (1-3), the velocity vector is  $\mathbf{u}'$ , the average density is  $\rho_0$ , temperature is  $T'$ , time is  $t'$ , acceleration of gravity is  $g$ , the linear thermal coefficient of expansion is  $\alpha$ , thermal diffusivity is  $\kappa$ , internal heat generation is  $H'$ , specific heat at constant pressure is  $C_p$ ,  $\hat{k}$  is a unit vector in the upward  $z'$  coordinate direction with the force of gravity directed downward, and finally the stress tensor is

$$\tau'_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x'_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x'_i} \right) ,$$

where viscosity denoted by  $\mu$  is constant. Initially the temperature everywhere is  $T'_0$ . The fluid is in a two-dimensional chamber of depth  $D'$ . Temperature is uniform, and the temperature along the bottom is  $T'_0 + \Delta T'$ .

Next, these will be transformed to dimensionless equations, a technique that is commonly done in fluid dynamics. The variables are made dimensionless by dividing velocity by a velocity  $\kappa/D'$ , and likewise for the other variables using temperature scale  $\Delta T'$ , time scale  $D'^2/\kappa$ , length scale  $D'$ , and internal heating scale  $\rho C_p \kappa \Delta T'/D'^2$  where  $\kappa = k_T/\rho C_p$  and  $k_T$  is thermal conductivity. Dimensionless temperature is  $T = (T' - T'_0)/\Delta T'$ .

Dimensionless variables have no primes. The

L'equazione del calore adimensionale è

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T = \nabla^2 T + h . \quad (4)$$

Per l'equazione della quantità di moto, il nostro processo di riscaldare le variabili introduce un numero di Prandtl  $Pr = \nu/\kappa$  nel denominatore di entrambi i termini che corrispondono alla parte sinistra dell'Eq. (2). Poichè il mantello terrestre ha  $Pr > 10^{20}$ , quei termini saranno trascurati. Per semplificare ulteriormente, studieremo un fluido bidimensionale. Usiamo vorticità  $\zeta = \partial w/\partial x - \partial u/\partial z$  che obbedisce all'espressione

$$\nabla^2 \zeta = -Ra \frac{\partial T}{\partial x} , \quad (5)$$

e, per soddisfare automaticamente l'Eq. (1), viene usata una funzione di corrente  $\psi$  dove  $u = -\partial\psi/\partial z$  e  $w = \partial\psi/\partial x$ . Questo soddisfa

$$\nabla^2 \psi = \zeta . \quad (6)$$

Il numero di Rayleigh è  $Ra = g\alpha\Delta D^3/\kappa$  dove  $\nu = \mu/\rho_0$ . Il numero di Rayleigh per il riscaldamento interno è  $Rai = hRa$ . Per fornire degli esempi, le equazioni (4,5,6) sono risolte numericamente. Le condizioni al contorno sono  $\psi = \zeta = 0$  per tutti i bordi, che corrispondono a bordi lisci e impenetrabili dal fluido, privi di attrito viscoso lungo tutti e quattro i lati. Sul bordo superiore, la temperatura è mantenuta completamente uniforme in modo che  $T = 0$ , e il bordo inferiore ha  $T = 1$ . Non c'è flusso di calore attraverso i lati della camera. La versione adimensionale della legge di Fourier per la conduzione di calore, con  $x$  la coordinata longitudinale, è  $\partial T/\partial x = 0$ . Le condizioni iniziali sono  $\psi = \zeta = T - 1 = 0$  nell'interno. L'equazione (4) è risolta numericamente usando uno schema *leapfrog*-trapezoidale ad ogni passo. Quindi (5) è risolta usando uno dei codici di soluzione numerica veloce dell'equazione di Poisson, disponibili per queste particolari condizioni al contorno. Successivamente, (6) è risolta nello stesso modo, ed il ciclo è poi ripetuto per il numero desiderato di iterazioni.

## Il flusso

Ogni sequenza di calcolo riproduce delle strutture nel campo di velocità e di temperatura. Un

dimensionless heat equation is

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T = \nabla^2 T + h . \quad (4)$$

For the momentum equation, our scaling places a Prandtl number  $Pr = \nu/\kappa$  in the denominator of both terms corresponding to the left hand side of (2). Since the mantle of the earth has  $Pr > 10^{20}$ , those terms will be dropped. To further simplify, two dimensional flow is studied. We use vorticity  $\zeta = \partial w/\partial x - \partial u/\partial z$  which obeys

$$\nabla^2 \zeta = -Ra \frac{\partial T}{\partial x} , \quad (5)$$

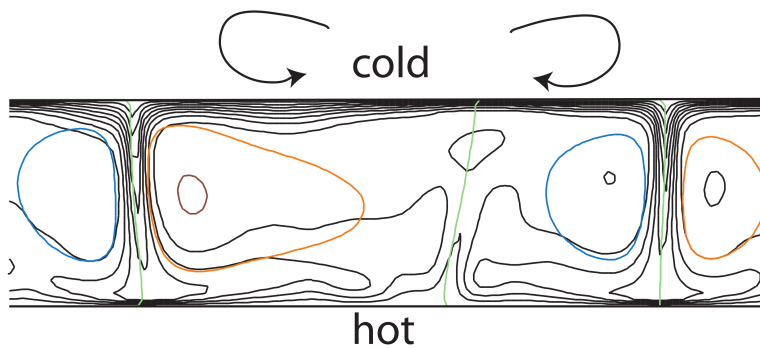
and, to automatically satisfy (1), a stream function  $\psi$  is used where  $u = -\partial\psi/\partial z$  and  $w = \partial\psi/\partial x$ . This satisfies

$$\nabla^2 \psi = \zeta . \quad (6)$$

The Rayleigh number is  $Ra = g\alpha\Delta D^3/\kappa$  in which  $\nu = \mu/\rho_0$ . Internal heating Rayleigh number is  $Rai = hRa$ . To illustrate examples, equations (4,5,6) are solved numerically. Boundary conditions are set to  $\psi = \zeta = 0$  on all boundaries, which corresponds to no penetration by fluid and to slippery boundaries with zero viscous drag along all four sides. At the top boundary, the temperature is kept completely uniform so  $T = 0$  and the bottom boundary has  $T = 1$ . Chamber sides have zero heat flux. The dimensionless version of Fourier's law of heat conduction with  $x$  the sideways coordinate is  $\partial T/\partial x = 0$ . The initial conditions are in the interior. Equation (4) is advanced numerically using a leapfrog-trapezoidal scheme for each time step. Then, (5) is solved using one of the many available Poisson's equation fast numerical solver codes available for these particular boundary conditions. Next, (6) is solved in the same way followed by a repeat of the cycle for as many time steps as desired.

## The flow

Each calculation sequence generates flow and temperature patterns. A good example of flow



**Figura 3:** Vista laterale di una coppia di celle convettive con  $Ra = 2 \times 10^5$ ,  $h = 8$  (quindi  $Rai = 1.6 \times 10^6$ ), e valore infinito di  $Pr$ . Le linee di flusso sono mostrate a colori, e le direzioni delle due celle sono schematizzate sopra ognuna. Le isoterme sono mostrate in nero e sono equispaziate di un intervallo di 0.1 tra freddo e caldo. La dimensione laterale della camera è di 16 volte la profondità del fluido.

*View from the side showing a pair of convection cells with  $Ra = 2 \times 10^5$ ,  $h = 8$  (thus  $Rai = 1.6 \times 10^6$ ), and infinite  $Pr$ . Flow lines are shown in color and the directions of the two cells are sketched above each. Isotherms are shown in black and are equally spaced every 0.1 interval between hot and cold. The lateral size of the actual chamber is 16 times the fluid depth.*

buon esempio del campo di moto e di temperatura è mostrato nella Figura 3. Gran parte del moto è prodotta dallo strato limite freddo vicino al bordo superiore che genera una forza verso il basso nelle regioni dove il fluido affonda a causa della sua alta densità. Moti più deboli occorrono nelle regioni ascendenti al di sopra del più debole strato limite inferiore caldo vicino al pennacchio al centro. Le celle mostrano uno strato limite superficiale con uno spessore verticale leggermente maggiore di quello delle placche tettoniche. Nel modello si trova un flusso di calore che è in accordo generale con il corrispondente flusso di calore del fondo oceanico. In aggiunta, le velocità sono in accordo con le vere velocità delle placche, ma questo solo se facciamo i calcoli per valori di  $Ra$  più grandi, e selezioniamo con cura i valori della viscosità e profondità per la penetrazione del flusso. Questi valori stanno all'interno di un grande intervallo di possibili valori di viscosità trovati all'interno del mantello dalle misure geofisiche.

## Progressi

Sebbene l'intero quadro della tettonica a placche e della deriva dei continenti sia stato abbondantemente verificato negli ultimi 50 anni, la documentazione dei moti profondi del mantello ha fatto progressi lenti. Qui elenchiamo alcune scoperte [8, 9].

and temperature at one instant is shown in Figure 3. Much of the motion is produced by a top cold boundary layer that generates a downward force in the sinking regions because of its high density. Smaller motion rises above the weaker bottom hot boundary layer near the plume in the center. The cells have a surface thermal boundary layer with a vertical thickness slightly greater than the tectonic plates. One can find a heat flow in the model that is in general agreement with corresponding heat flows on the ocean floor. In addition, the speeds are in agreement with actual plate speeds but this is true only if we do the calculation for larger  $Ra$  and pick certain values of viscosity and depth for the penetration of flow. These values lie within a large range of possible values of viscosity inside the mantle found by geophysical measurements.

## Advances

Although the entire picture of plate tectonics and continental drift has become abundantly verified over the past 50 years, documenting the deep flow within the mantle have progressed slowly. Here are a few advances [8, 9]:



1. La geochimica che misura diversi elementi ed isotopi, rivela numerosi dettagli dei processi di fusione che producono lava e rocce superficiali. Queste indicano che c'è più di una riserva di materiale nel mantello profondo che fornisce lava ai centri di espansione ed agli *hotspots*. La posizione della maggior parte di queste riserve all'interno del mantello non è ancora chiara.
  2. Le diverse velocità delle onde sismiche (sia elastiche che di compressione) hanno rivelato grandi chiazze nel mantello in aggiunta alla struttura a strati conosciuta da decenni. Nonostante alcune di queste chiazze siano chiaramente associate a placche che sprofondano, altre sono probabilmente collegate all'allineamento cristallino, alla temperatura, ai cambiamenti di fase, e forse anche alla composizione chimica della roccia nel vasto interno del mantello. Qualunque implicazione riguardo al campo di velocità è assai vaga. Al fondo del mantello esiste uno strato distinto. Questo strato non è uniforme intorno al bordo nucleo-mantello. Potrebbe trattarsi di una chiazza di tipo termo-chimico simile alla base del pennacchio nella Figura 3.
  3. Per descrivere in modo sistematico queste osservazioni, sono stati sviluppati diversi modelli numerici di convezione del mantello. Questi hanno numerose proprietà a) Lo strato superficiale non è facilmente caratterizzabile matematicamente come un materiale solido tridimensionale che però fluisce costantemente. Soltanto recentemente si è stati capaci di riprodurre placche tridimensionali su una sfera. b) Strati interni prodotti da cambiamenti di fase nella struttura cristallina del mantello a causa di effetti di pressione e temperatura possono generare improvvisi e rapidi cambiamenti di velocità (valanghe). c) Lo strato limite inferiore è difficile da inserire perché gli effetti dell'alta temperatura e pressione sul lento fluire del mantello sono poco noti. Se il materiale in questa zona differisca da quello del mantello, o se questo sia semplicemente uno strato limite freddo, non è noto. d) In generale, la domanda se il
1. Geochemistry that measures assorted elements and isotopes reveals numerous details of melting processes that produce lavas and surface rocks. These indicate that there is more than one deep mantle reservoir of material supplying lavas at spreading centers and hotspots. The locations of most of the large bulk reservoirs within the mantle remains unclear.
  2. Different seismologic wave speeds (both elastic and compression waves) have revealed large patches in the mantle in addition to the layered structure that has been known for decades. Although some patches are clearly associated with sinking slabs, others are probably connected to crystal alignment, temperature, phase changes, and perhaps even bulk composition in the vast mantle interior. Any connections with actual flows are vague. At the bottom of the mantle a distinct layer exists. This layer is not uniform around the core-mantle boundary. It may be a thermo-chemical patch like the plume base in Figure 3.
  3. To sort out these observations, numerical models of mantle convection have been developed. These have numerous features: a) The surface layer is not easily mathematically characterized in three dimensions as a solid material that also flows steadily. Only recently have people been able to make three-dimensional plates on a sphere. b) Internal layers from phase changes in the crystalline structure of the mantle due to pressure and temperature effects can lead to abrupt and rapid velocity changes (avalanches). c) The bottom boundary layer is difficult to include since the effects of high temperature and pressure upon the creeping behavior of the mantle are vaguely known. Whether material in this zone differs from other mantle material or whether the layer is just a cold boundary layer is unknown. d) Generally speaking, the question of a shallow or deep return flow from subduction zone to ridge is not clearly resolved by numerical models. It is not known exactly how the return flow interacts with phase changes, and the three dimensional

flusso di ritorno dalla zona di subduzione alla dorsale sia più o meno profondo non è chiaramente risolta dai modelli numerici. Non è noto esattamente come il flusso di ritorno interagisca con i cambiamenti di fase, e il flusso di ritorno in tre dimensioni in una sfera non è ancora stato chiaramente studiato.

4. Stime del tasso di raffreddamento della Terra mostrano che il mantello è quasi del tutto scaldato dall'interno dal decadimento radioattivo di minime quantità di radio, uranio e torio. Il mantello e il nucleo sono ancora in corso di raffreddamento pur essendosi formati 4.6 miliardi di anni fa. La localizzazione della fonte di calore interna e della convezione transiente del mantello nell'arco della storia della Terra non è ancora chiaramente identificata dalle simulazioni numeriche. Lentamente stiamo imparando sempre di più sulla convezione nel nucleo che produce il campo magnetico terrestre. Questa potrebbe essere accompagnata dalla crescita del nucleo interno.
5. Esiste un ciclo interessante detto ciclo di Wilson. I continenti formano ciclicamente un grande supercontinente che lentamente si rompe in un certo numero di continenti che vanno alla deriva per poi riassemblarsi in un altro supercontinente dopo circa 500 milioni di anni. Al momento, il ciclo di Wilson è riprodotto in alcuni modelli, ma il ruolo dei continenti in questi modelli non è chiaro. Discuterò ulteriormente questo problema.
6. Luoghi di attività vulcanica concentrata con eruzioni sequenziali lungo una linea dritta sulla superficie di una placca tettonica potrebbero essere una chiara indicazione che la placca si sta muovendo al di sopra di un pennacchio caldo che risale dal mantello producendo l'apparente movimento dell'"hot spot". Un ampio dibattito si è sviluppato negli ultimi 40 anni se questi ascendessero attraverso il mantello inferiore e superiore partendo dall'interfaccia tra nucleo e mantello, o comunque da grandi profondità dove il mantello è relativamente

return flow on a sphere is not clearly constrained yet.

4. Estimates of Earth's cooling rate show that the mantle is largely heated from within by radioactive decay from trace amounts of radium, uranium and thorium. The mantle and core may also be still slowly cooling from the formation period 4.6 billion years ago. The location of internal heating and transient mantle convection over the history of Earth is not clearly resolved numerically. Slowly we are learning more about the convection in the core that produces Earth's magnetic field. This may be accompanied by growth of the inner core.
5. An interesting cycle known as the Wilson cycle exists. The continents cyclically form one large supercontinent that slowly breaks into a number of continents drifting apart only to reassemble into another supercontinent approximately 500 million years later. To date, the Wilson cycle is reproduced in some models, but the exact role that the continents play in this is still unclear. More discussion about this is given below.
6. Locations of concentrated volcanic activity that have sequentially erupted along a straight line on the surface of the tectonic plates may be signatures of the plate material travelling above an ascending hot thermal mantle plume in a "hot spot" frame of motion. A large debate occurred during the past 40 years about whether or not these rise up through the lower and upper mantle from the core-mantle interface, or at least from some great depth where the mantle is relatively motionless. Geochemical and geometric constraints of these "hot spots" indicate an origin from a region different from the very top of the mantle below the plates. Seismic resolution capabilities to view the proposed deep mantle plumes developed slowly, but recent seismic results show the origins of some hotspots to be deeper than 2000 km.

privo di moto. Vincoli geochimici e geometrici di questi "hot spot" indicano un'origine da una regione diversa da quella parte del mantello posta immediatamente al di sotto delle placche. Le capacità di risoluzione sismica per osservare questi ipotetici pennacchi nella profondità del mantello si è sviluppata lentamente, ma recentemente risultati sismici mostrano le origini di qualche "hot spot" a profondità superiori ai 2000 km.

## Qualche esempio

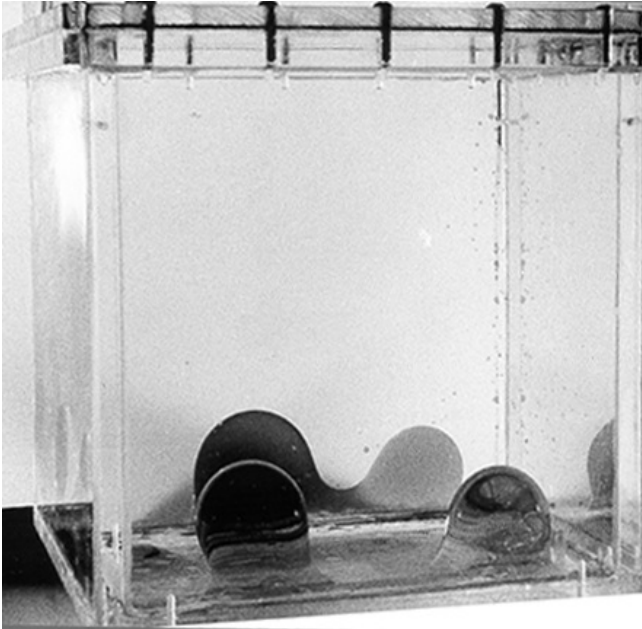
Il mio coinvolgimento con gli "hot spots" dell'argomento 6 cominciò per caso. Avevamo condotto degli esperimenti nei quali un olio "intrusivo" con una certa viscosità e densità era iniettato nel fondo di una camera che conteneva olio di un'altra viscosità e di densità leggermente più alta [10]. L'olio più profondo e più leggero fluttuò verso l'alto dal fondo poiché era meno denso. La forma e la velocità del materiale che emergeva fu fotografata e la posizione dell'intrusione fu registrata. Una prima motivazione era quella di capire la struttura delle cupole salifere e di altre strutture geologiche nelle quali uno strato di sale emerge attraverso rocce più dense dopo che il sale diventa caldo e mobile. Le cupole salifere sono di grande interesse per l'industria del petrolio perché formano eccellenti campi di petrolio. Gli esperimenti mostrarono che, nei casi in cui il materiale inserito aveva viscosità inferiore a quella ambientale, il materiale inserito inizialmente forma una sfera di raggio crescente. Dopo qualche tempo, la sfera diventa sufficientemente grande da sollevarsi dal fondo grazie alla spinta di Archimede (come un grande pallone liquido in un bagno di olio denso). Poi si muove verso l'alto ad una velocità relativamente costante lasciandosi dietro un condotto verticale.

Successivamente, il liquido fluisce verso l'alto attraverso il condotto, come se fosse un tubo solido, e raggiunge il bozzo sferico. Ipotizzammo che questa struttura fosse realizzata sotto la catena delle isole Hawaii, e le parole "testa del pennacchio" e "coda a condotto" sono poi state spesso utilizzate per descrivere la sfera ed il condotto. Le teste dei pennacchi e le code sono

## Some examples

My involvement with the "hot spots" in topic 6 began by accident. We had conducted some experiments in which an "intrusive" oil of one viscosity and density was injected into the bottom of a chamber holding oil of a second viscosity and slightly higher density [10]. The lighter deep oil floated upward from the bottom since it was less dense. The shape and speed of the rising material was photographed and the location of the intrusion recorded. One primary motivation was to learn the structure of salt domes and other geological structures in which a layer of salt rises through denser rock after the salt becomes heated and mobile. Salt domes are of great interest to the oil industry because they form excellent oil fields. The experiments showed that for runs in which the intrusive material is lower in viscosity than the ambient material, the intrusion first formed a sphere of gradually increasing radius. After some time, the sphere became large enough to rise buoyantly (like a big liquid balloon in a bath of thick oil) away from the bottom. Then it moved upward at relatively constant speed followed by a vertical cylindrical conduit.

Subsequently, the liquid flowed up by ordinary pipe flow through the conduit into the spherical head. We suggested that this structure was occurring under the Hawaiian Island chain and the words "plume head" and "conduit tail" have become the words commonly used to describe the sphere and the conduit. Plume heads and tails are very robust and found using many other



**Figura 4:** Quattro teste corrispondenti a pennacchi in formazione in un sottile strato di glicerina colorata meno denso, posto al di sotto di uno strato molto più spesso di olio di silicone trasparente, molto più denso. La viscosità della glicerina è circa pari a quella dello sciroppo riscaldato, e la viscosità dell'olio al silicone è di molti ordini di grandezza più grande.

*Four plume heads forming in a thin layer of lighter, dyed glycerin under a much thicker layer of denser, clear silicon oil. The viscosity of the glycerin is about the same as warmed syrup, and viscosity of the silicon oil is many orders of magnitude greater.*

strutture osservate frequentemente, e si trovano usando molti altri liquidi di viscosità diversa come sciroppo, glicerina ed in diverse simulazioni numeriche. Si trovano anche quando la sorgente del fluido che risale non è localizzata. Per esempio, la Figura 4 mostra un esperimento dove uno strato sottile di fluido con viscosità e densità inferiori è inserito sotto un fluido più viscoso. Quattro teste di pennacchi si sono formate e stanno ascendendo. Più tardi, i condotti cilindrici sotto di loro permetteranno al fluido di fluire verso l'alto dopo questa prima ascesa. Il concetto di testa/coda è stato applicato in vari modi. Primo, quando la sfera arriva alla cima spiega le gigantesche inondazioni di basalto. Apparentemente, queste avvengono quando appare sulla superficie terrestre un nuovo "hotspot" e la maggior parte di esse è poi seguita da una catena di "hotspot". Questi eventi possono aver prodotto qualche evento di estinzione. Secondo, il movimento del mantello può piegare i condotti e, sotto particolari condizioni, formare nuove teste di pennacchi che emergono dalle pieghe formatesi nel condotto. È stato suggerito che l'inclinazione aiuta a produrre una successione di vulcani ben separati l'uno dall'altro lungo una catena di "hotspot" [11, 12]. Studi quantitativi indicano che alcuni condotti sono troppo larghi per sviluppare pieghe sufficienti ma altri non lo sono. Un'applicazione dettagliata alle catene di "hotspot" note diventerà presto possibile grazie ai progressi della sismologia.

liquids of assorted viscosities such as syrups and glycerin as well as with numerical runs. They are even found when the fluid source is not localized. For example, Figure 4 shows an experiment where a thin sheet of fluid with lower viscosity and density is placed under a more viscous fluid. Four plume heads have formed and are rising up. Later, the cylindrical conduits under them will support upward flow of remaining fluid after this first event. The head/tail concept has been applied to the earth in many ways. First, when the sphere arrives at the top it explains gigantic flood basalts. These apparently occur when a new hotspot arrives on the earth's surface and most are trailed by hotspot tracks. These events may have produced some of the extinction events. Second, mantle shear can tilt conduits and under certain conditions lead to new plume heads breaking out above a tilted conduit. It was suggested that the tilt helps to produce the discrete volcanoes along some hotspot tracks [11, 12]. Quantitative studies indicate that in the earth some conduits are too large to develop sufficient tilt and others are not. Detailed application to known hotspot tracks is becoming developed because of advances in seismology.

Un secondo mio interesse è stato quello dell'interazione tra i continenti e la convezione nel mantello (argomento 5). Questa è la migliore ipotesi riguardo alle cause del ciclo di Wilson. Nei primi anni '70, fu trovato che delle sorgenti di calore poste a galleggiare in un liquido viscoso sviluppano un flusso che sospinge il galleggiante [13]. Un tale galleggiante, posto in un acquario, viaggerebbe avanti ed indietro se potesse cambiare direzione ogni volta che colpisce uno dei bordi [14]. Uno strato leggermente meno denso di materiale che sviluppa calore posto sopra ad un fluido in convezione può produrre onde oscillanti che viaggiano avanti ed indietro [15, 16]. Esperimenti di laboratorio nel 2000 hanno mostrato che anche un isolante termico (un rozzo modello di continente) che galleggia sopra un fluido in convezione di Rayleigh-Bénard si auto-spinge [17]. Studi numerici di celle di convezione bidimensionale con blocchi isolanti e rigidi indicano risultati simili [18].

Calcoli numerici come quelli della Fig. 3 con un isolante termico galleggiante hanno mostrato più dettagli riguardo all'auto-propulsione, includendo il ciclo di Wilson dato che il galleggiante va da un bordo della camera all'altro e ritorno [19]. La Figura 5 mostra la circolazione sotto il galleggiante. È diversa dalle altre celle convettive perché è un monopolo e non un dipolo come nelle celle convettive ordinarie. Noi chiamiamo questa cella auto-propagantesi come la "cella convettiva della deriva continentale" o "cella di deriva" in breve. Gli studi numerici producono due scoperte inaspettate. La prima è che la cella di deriva aumenta grandemente il trasferimento di calore dal mantello alla superficie. Secondo, la placca in subduzione nella cella di deriva affonda diagonalmente invece che verticalmente come succede nelle celle di convezione ordinaria. (Per esempio le coppie di circolazione alternata senza inclinazione nella Figura 3). Questa placca piegata assomiglia a quella che affonda nel mantello nella Figura 2b.

## Progredendo

Studi numerici che investigano molti dei concetti sono condotti da un grande numero di gruppi. Alcuni modelli numerici tentano di essere più realistici incorporando numerosi processi che av-

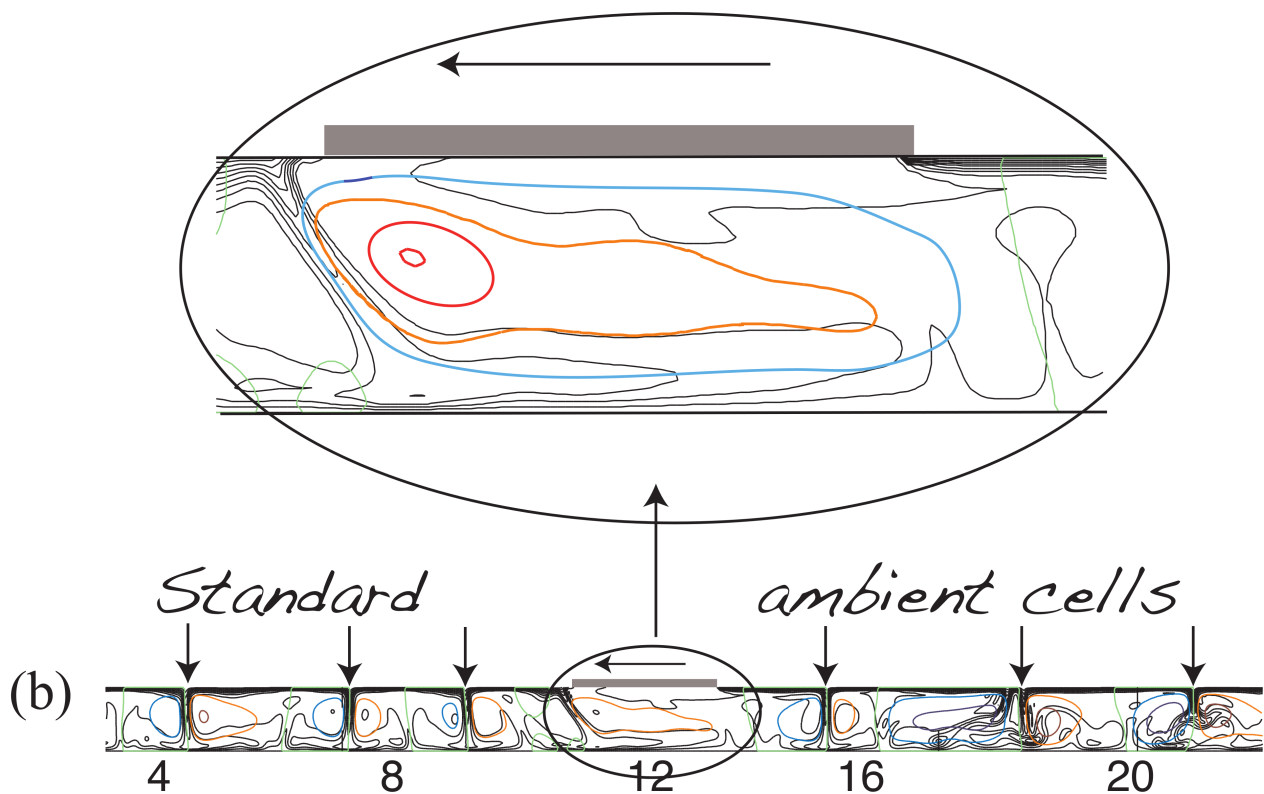
A second interest of mine has been the interaction of continents and mantle convection (topic 5). This is a primary candidate for causing the Wilson cycle. In the early 1970's it was found that floating surface heaters in a viscous liquid develops a flow that self propels the float [13]. Such a float in a tank will travel back and forth if the float can reflect from each boundary [14]. A slightly less dense layer of heat producing material on the top of convection can develop oscillating waves travelling back and forth [15, 16]. Laboratory experiments in 2000 showed that a thermal insulator (a crude model of a continent) floating on top of Rayleigh-Bénard convection also self propels [17]. Numerical studies of two dimensional convection cells with both insulating and also rigid floating blocks show similar results [18].

Calculations like those in Figure 3 along with a floating thermal insulator showed more details of the self-propelling aspect, including the Wilson cycle as the float goes from one end of a chamber to the other and back [19]. Figure 5 shows the circulation under the float. It is different from other convection cells because it is a monopole rather than the bipole of ordinary convection cells. We call the self-propagating cell the "the continental drift convection cell" or "drift cell" for short. The numerical studies produced two unexpected new findings. First the drift cell greatly enhances heat transfer from the mantle to the top. Second, the subducting slab in the drift cell sinks at an angle rather than vertically downward as happens in the ordinary convection cells. (See the pairs of alternating circulation and no tilts in Figure 3). This tilted slab resembles the tilted plate sinking into the mantle in Figure 2b.

## Continuing progress

Numerical studies that investigate many of the concepts are conducted by a large number of groups. Some numerical models attempt more realism by incorporating the numerous processes

## (a) *The continental drift cell*



**Figura 5:** Una cella di deriva continentale prodotta da un continente isolante termico con una larghezza adimensionale (divisa per la profondità) di 2.5 e una lunghezza adimensionale di 32. Il numero di Rayleigh basato sul riscaldamento interno è  $1.6 \times 10^6$ . (a) Questa immagine laterale ingrandita mostra la placca fredda inclinata che si immerge sotto il bordo che avanza del continente grigio che si muove verso sinistra. Il monopolo sotto il continente galleggiante ha una circolazione antioraria. Un piccolo pennacchio cresce dal fondo alla destra del continente. Le linee di flusso sono mostrate da contorni colorati. Le isoterme ogni 0.1 unità sono mostrate in nero. (b) Una immagine meno ingrandita della stessa cella di deriva. Le celle di convezione su entrambi i lati del continente in moto sono indisturbate. I contorni in colori caldi individuano la circolazione antioraria, e quelli in colore freddo la circolazione oraria. Dalla Figura 1 di [19].

*The Continental drift convection cell produced by a thermally insulating continent with a scaled width (divided by the depth) of 2.5 and scaled chamber length of 32. The Rayleigh number based on internal heating is  $1.6 \times 10^6$ . (a) This close-up side view shows the tilted cold slab dipping under the leading edge of the grey continent moving to the left. The monopole under the float has counterclockwise circulation. A small plume rises from the bottom to the right of the continent. The flow lines are shown by color contours. Every 0.1 isotherm is shown in black. (b) A more distant view of the same drift cell. The convection cells on either side of the moving continent are undisturbed. The warmer color contours show counterclockwise circulation and the colder color contours show clockwise circulation. From Figure 1 of [19].*

vengono nella Terra [8, 9]. Qui ne citiamo alcuni. Leggi di flusso non-Newtoniane. Convezione in tre dimensioni, sia in una sfera o in una scatola. Effetti della pressione includendo la compressione dei materiali e i suoi cambiamenti di fase. La formazione di liquidi nel mantello. L'inclusione di piccole tasche di liquido. La migrazione del liquido nel mantello superiore. Il raffreddamento transiente su scale di centinaia di milioni o addi-

occurring in the earth [8, 9]. Here are a few. Non-Newtonian flow laws. Convection in three dimensions either on a sphere or in a box. Pressure effects including compression of material and phase changes in the material. The formation of melts within the mantle. The inclusion of small pockets of melt, The migration of melt in the upper mantle. Transient cooling over hundreds of millions and even billions of years. The



**John A. Whitehead:** ha conseguito la laurea in ingegneria meccanica presso la Tufts University nel 1963 ed il master ed il dottorato presso la Yale University nel 1965 e nel 1968, rispettivamente. Dopo aver lavorato come ricercatore post-doc ed assistente ricercatore in geofisica presso l'Istituto di Geofisica e Fisica Planetaria della UCLA, nel 1971 si è unito allo staff scientifico del Woods Hole Oceanographic Institution dove è stato scienziato assistente, associato e senior, fino a diventare emerito nel 2007. Ha diretto per oltre trent'anni il laboratorio di Dinamica dei Fluidi Geofisici, ed ha partecipato alla Scuola Estiva in Dinamica dei Fluidi Geofisici per oltre quaranta anni. Buona parte della sua attività di ricerca si è concentrata sulla comprensione della complessa meccanica dei fluidi degli oceani e dell'interno dei pianeti utilizzando esperimenti di laboratorio e la teoria fluidodinamica. Inoltre, ha partecipato a diverse crociere, programmi di studio, gruppi di lavoro e studi scientifici in tutto il globo.

**John A. Whitehead:** earned his bachelor's degree in mechanical engineering from Tufts University in 1963 and his master's degree and Ph.D. from Yale University in 1965 and 1968, respectively. After working as a postdoctoral fellow and then an assistant research geophysicist at the Institute of Geophysics and Planetary Physics, UCLA he joined the Scientific Staff at Woods Hole Oceanographic Institution in 1971 and was an assistant, associate and senior scientist and became Scientist Emeritus in 2007. He ran the Geophysical Fluid Dynamics laboratory for over thirty years and has participated in the Geophysical Fluid Dynamics Summer School for over forty years. Much of his research has focused on understanding the complex fluid mechanics of the oceans and planetary interiors through the use of laboratory experiments and fluid dynamics theory. In addition, he has been active in many cruises, programs, working groups and scientific studies around the globe.

