
Neutrini e Cosmologia

Elles sont engendrées par un raisonnement mathématique, établies sur des calculs, réductibles à des schémas d'une grande sécheresse. Mais dans ces cadres sévères, une sorte de fièvre presse et multiplie les figures; un étrange génie de complication enchevêtre, replie, décompose et recompose leur labyrinthe.

H. Focillon, *Vie des Formes*

Gianpiero Mangano

Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, Sezione di Napoli, Italy

I neutrini sono le più elusive particelle elementari note. La loro esistenza fu ipotizzata da Wolfgang Pauli per salvare la conservazione dell'energia e la statistica degli spin nei decadimenti β . La loro rivelazione e le loro proprietà hanno sfidato i fisici per decenni. Mostrano una fenomenologia incredibilmente ricca e lasciano tracce in molti ambiti, dalle centrali nucleari all'interno del pianeta terra, dai processi di fusione nucleare all'interno delle stelle, all'esplosione delle supernovae. In questo breve articolo descriverò come i neutrini influenzino molti stadi dell'evoluzione dell'universo, il cui studio è normalmente chiamato *Cosmologia*.

Neutrini

I neutrini apparvero sulla scena nel 1930, quando Wolfgang Pauli, per salvare la conservazione dell'energia e la relazione tra gli spin e la statistica nei decadimenti nucleari β , propose che, insieme con un elettrone, fosse emessa una particella neutra di spin 1/2, che, a quei tempi, Pauli

chiamò *neutrone*.

Pauli confessò più tardi al suo collega, l'astronomo Walter Baade, che (citato in [1]):

“Oggi ho fatto qualcosa di terribile, qualcosa che nessun fisico teorico dovrebbe mai fare. Ho suggerito qualche cosa che non potrà mai essere verificato sperimentalmente.

Questa è, forse, la sola volta che Pauli sbagliò. Trenta anni dopo, nel 1956, i neutrini furono scoperti da Reines e Cowan.

Oggi sappiamo molto dei neutrini, ma loro custodiscono ancora qualche segreto. Poiché le loro proprietà sono state raccontate in dettagli nel precedente numero di *Ithaca*, in particolare si vedano [3, 4, 5], riassumerò lo stato dell'arte e introdurrò il minimo numero di concetti necessari che userò in seguito.

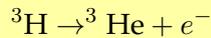
Cosa sappiamo

i) Sapori e interazioni dei neutrini.

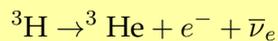
Ci sono tre specie di neutrini (o *sapori*), ν_e, ν_μ e ν_τ , e tre corrispondenti antiparticelle (antineutrini) $\bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu$ e $\bar{\nu}_\tau$, che appaiono sempre in processi di interazione accompagnate dai loro partner carichi e^\pm, μ^\pm and τ^\pm , rispettivamente. I neutrini interagiscono tra loro e

L'idea di Pauli

Nel decadimento β di nuclei stabili come il trizio ${}^3\text{H}$, l'energia cinetica dell'elettrone E_e sarebbe costante se ci fosse una sola particella emessa



e data dal Q – valore della reazione, $Q = M({}^3\text{H}) - M({}^3\text{He}) - M(e^-)$, dove M è la massa della particella corrispondente. Questo non è quello che si riscontra negli esperimenti, che invece mostra che l'energia dell'elettrone copre una distribuzione continua di energia da un valore minimo fino al massimo valore Q . La conservazione sarebbe violata, a meno che una particella neutra venga emessa, in modo che la carica elettrica sia conservata: un elettrone e un antineutrino



L' (anti)neutrino dovrebbe avere spin semi-intero per soddisfare la relazione tra spin e statistica (ancora una idea fondamentale di Pauli: il principio di esclusione.) Dall'analisi del decadimento β del nucleo ${}^3\text{H}$ sappiamo che m_ν non può essere più grande di 2 eV, un limite ottenuto osservando il massimo di energia dell'elettrone $E_e \leq Q - m_\nu$. L'esperimento KATRIN [2] dovrebbe abbassare questo limite superiore di un ordine di grandezza, o misurare la massa del neutrino, se questa è maggiore di 0.2 eV.

con le altre particelle solo mediante le interazioni debole e gravitazionale, diversamente dai leptoni carichi, sensibili anche all'interazione elettromagnetica, e ai quark che sono sensibili a tutte le interazioni fondamentali, inclusa l'interazione forte.

Quando le energie e le quantità di moto sono sufficientemente piccoli (nel seguito noi ci occuperemo con energie della scala del MeV= 10^6 eV) i processi possono essere descritti dal modello di *Fermi-Gamow-Teller*, la prima descrizione coerente delle interazio-

ni deboli proposta da Fermi nel 1934. Nel regime di bassa energia l'intensità dell'interazione è definita dalla costante di Fermi $G_F \simeq 1.166 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ ($\text{GeV} = 10^9 \text{ eV}$). Dagli anni settanta dell'ultimo secolo, la teoria di Fermi è stata meravigliosamente integrata nel Modello Standard delle interazioni elettrodeboli di Glashow, Weinberg e Salam. Come per le forze elettromagnetiche, dove particelle elettromagneticamente cariche interagiscono tra loro scambiandosi fotoni, i processi deboli sono mediati dallo scambio di *bosoni intermedi* W^\pm and Z^0 . Il corto raggio e la debole intensità di questi processi è alla fine dovuto alla grande massa di queste particelle, 80 GeV e 91 GeV per W^\pm e Z^0 , rispettivamente.

Le interazioni gravitazionali sono tipicamente trascurabili in esperimenti in laboratorio. In questo caso, i neutrini diffondono, appaiono o sono assorbiti solo per interazione debole. In ambienti molto densi e grandi, come l'universo considerato nella sua globalità, la gravità è piuttosto importante e, come vedremo, il contributo dei neutrini al campo gravitazionale globale non è trascurabile.

ii) Masse dei neutrini e oscillazioni di sapore.

Sebbene Pauli menzionasse esplicitamente nella sua lettera alle "signore e signori radioattivi" nel 1930 che i neutrini ... *differiscono dai quanti di luce nel fatto che non viaggiano alla velocità della luce. La massa del neutrone (come abbiamo detto Pauli aveva chiamato neutrone la nuova particella) dovrebbe essere dello stesso ordine di grandezza della massa dell'elettrone e in ogni caso non più grande di 0.01 della massa del protone*, fino alla grande rivoluzione dopo la scoperta delle oscillazioni del neutrino, si ipotizzava che le masse dei neutrini fossero nulle.

Il quadro teorico appoggiava questa idea poiché nella versione più semplice del Modello Standard delle interazioni elettrodeboli non c'è alcuna necessità di introdurre una componente destrorsa del neutrino, o una componente sinistrorsa dell'antineutrino. In questo caso il neutrino è rappresentato da uno spinore di Weyl privo di massa (si veda [4]). Tuttavia, nelle ultime tre decadi, i

Distillato di Cosmologia I: evidenze

Il modello del Big Bang caldo è, attualmente, la nostra descrizione dell'universo. In effetti, uno dei risultati principali dell'applicazione della teoria della Relatività Generale di Einstein a questo grande sistema è che noi possiamo pensare in termini di un universo in evoluzione, qualche cosa che nel linguaggio di Newton sarebbe difficile da implementare. Ci sono tre osservazioni principali in favore della teoria del Big Bang.

- 1) **La legge di Hubble.** Il 1929 è l'anno in cui la legge dell'allontanamento delle galassie fu formulata da Edwin Hubble. Entità come le galassie osservate nello spazio profondo a distanze sufficientemente grandi presentano spostamenti Doppler delle linee spettrali dovuti alla loro velocità relativa rispetto alla terra. Questa velocità v di una galassia che si allontana dalla terra è approssimativamente proporzionale alla distanza d dalla terra, almeno per le galassie lontane fino a poche centinaia di megaparsec, si veda la figura 1, $v = H_0 d$, dove $H_0 \sim 70 \text{ Km/s Mpc}^{-1}$ è la costante di Hubble. In realtà la legge di Hubble fu derivata teoricamente alcuni anni prima da Georges Lemaître dalla Relatività Generale di Einstein come una caratteristica tipica dell'universo in espansione.
- 2) **La radiazione cosmica di fondo (CMB).** A meno di piccole fluttuazioni dell'ampiezza dell'ordine di 10^{-5} , la terra riceve una radiazione isotropa di fotoni con una proprietà rilevante: la distribuzione delle frequenze (ν) descrive perfettamente l'emissione di un corpo nero! Rivelata da Penzias e Wilson nel 1964, fu subito interpretata come eco dei primi stadi dell'espansione dell'universo come già ipotizzato da George Gamow negli anni 40.

Una distribuzione di corpo nero è l'analogo della distribuzione di Maxwell-Boltzmann della velocità di equilibrio dei fotoni

$$\text{flusso}(\nu) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \text{W/m}^2/\text{sr/Hz}$$

Oggi i fotoni mantengono questa perfetta distribuzione di equilibrio perché erano in equilibrio nel passato, dato che il presente l'universo è, in media, troppo diluito e freddo, e l'interazione elettromagnetica non è sufficiente ad ottenere e mantenere l'equilibrio. Questo fu raggiunto nel passato quando l'universo era molto più denso e caldo dell'attuale ed i fotoni interagivano molto efficacemente con la materia.

La temperatura odierna della CMB è $T = 2.752 \pm 0.002^\circ\text{K}$. Nell'espressione di sopra k , h e c sono, rispettivamente, le costanti di Boltzmann, di Planck e la velocità della luce nel vuoto.

risultati sperimentali sul flusso di neutrini dal nostro sole e su quello dovuto ai raggi cosmici che colpiscono i nuclei nell'atmosfera della terra hanno chiaramente mostrato che i neutrini sono soggetti a oscillazione di sapore durante la loro propagazione [5]. Questa è una chiara evidenza che ci sono tre stati di neutrini con masse diverse, e tre *autostati di sapore* ν_e , ν_μ and ν_τ che sono

combinazioni lineari di questi autostati di massa. Questo effetto è ben descritto dalla meccanica quantistica. Sin dall'ipotesi di de Broglie nel 1924, è noto che le particelle hanno un comportamento tipico delle onde, in particolare possono interferire e, in analogia con le onde elettromagnetiche, anche le onde di *materia* soddisfano il principio della sovrapposizione lineare durante la loro

3) **La nucleosintesi del Big Bang.** Si ritiene che tutti gli elementi che si trovano in natura sulla terra e nei pianeti attorno siano stati prodotti nelle stelle, durante la loro vita, oppure, per stelle molto massive, durante la loro catastrofica fine come Supernovae. Tuttavia, la quantità di ^4He , un prodotto tipico dei processi di fusione nucleare che hanno luogo nelle stelle, prevista dai nostri modelli, è molto più piccola di quella osservata. Qual'è la causa di questo eccesso? La risposta è ancora radicata nell'idea che nel passato l'universo fosse molto più caldo e denso, e, in un'epoca particolare, funzionasse come un enorme reattore nucleare a fusione. Il prodotto principale di questa fase è il nucleo di ^4He , ma furono prodotti anche, ^3He e ^7Li . Questa è la nucleosintesi del Big Bang (BBN), un tipico fenomeno di non equilibrio: più l'universo si espande più si riduce la probabilità che avvengano processi nucleari, e, ad un certo momento l'abbondanza delle specie nucleari si congela. C'è un modo semplice per comprendere questo fenomeno: se i processi di fusione non si fossero arrestati tutte le specie nucleari sarebbero evolute in ^{56}Fe , il nucleo con la massima energia di legame per nucleone. La BBN implica un complicato insieme di reazioni nucleari, rappresentate nella Figura 3.

propagazione.

In realtà le oscillazioni sondano le differenze tra i quadrati delle masse dei tre tipi di neutrini m_i , $i = 1, 2, 3$, che oggi sono note con l'accuratezza di poche parti per cento

$$\sqrt{m_2^2 - m_1^2} = 0.009 \text{ eV}$$

$$\sqrt{m_3^2 - m_2^2} = 0.05 \text{ eV}$$

Questo significa che almeno due neutrini hanno massa diversa da zero, mentre lo stato più leggero potrebbe essere privo di massa. Infatti, quello che le oscillazioni non possono indicarci è il valore assoluto della scala di massa dei neutrini m_0 .

Ciò che non conosciamo

i) Scala delle masse dei neutrini.

Il limite più stringente della scala della massa dei neutrini, cioè il valore della massa m_0 del più leggero dei neutrini, viene dall'analisi dello spettro degli elettroni emessi nel decadimento del nucleo ^3H . Dalla conservazione dell'energia, la massima energia cinetica dell'elettrone emesso è data dal Q valore del processo meno la massa del neutrino più leggero. Il limite attuale è di circa 2 eV. Come vedremo, informazioni indirette

su m_0 vengono dalla cosmologia. Il valore di m_0 definisce la scala nell'evoluzione dell'universo quando i neutrini diventano particelle non-relativistiche, ovvero quando la loro tipica energia cinetica diventa più piccola della loro massa. Quando avviene questo fenomeno, i neutrini cominciano ad essere sensibili alla buche di potenziale dei campi gravitazionali che circondano le strutture inhomogenee in formazione (galassie, cluster), e contribuiscono alla loro formazione.

Il fatto che, in ogni caso, la massa del neutrino elettronico non possa eccedere pochi eV, cioè che sia vari ordini di grandezza inferiore della massa del più leggero leptone carico (l'elettrone ha una massa di 0.511 MeV) ha sconcertato la comunità dei fisici per decenni, e sta ancora ispirando una delle principali linee di ricerca sia dal punto di vista teorico che sperimentale. Al momento, forse, la più elegante soluzione teorica per capire perché i neutrini siano così speciali è il meccanismo *see=saw*. Dato che sono particelle neutre, i neutrini sono speciali nel senso che, per loro, particelle e antiparticelle potrebbero coincidere. Per gli elettroni questo sarebbe impossibile dato che l'anti-elettrone (positrone) ha carica elettrica opposta, e questo avviene anche per gli altri leptoni carichi

e per i quark! Questo apre la possibilità al fatto che i neutrini possano essere particelle di Majorana e che i valori delle loro masse, insieme con il celebrato meccanismo di Higgs, siano legate ad effetti fisici che hanno luogo ad una nuova grande scala energetica.

ii) Dirac o Majorana?

Nel 1937 Ettore Majorana [6] trovò che ipotizzare l'esistenza di particelle che coincidono con le loro antiparticelle è perfettamente consistente con la teoria speciale della relatività di Einstein. È noto che queste particelle possono essere descritte da *spinori di Majorana*, mentre le particelle che sono diverse dalle loro antiparticelle sono collegate agli *spinori di Dirac*. Tutte le particelle elettricamente cariche sono necessariamente particelle di Dirac, ma i neutrini in questa situazione sono speciali. Parlano dialetto siciliano (Majorana era di Catania) o il perfetto inglese di Cambridge (Dirac)? Non conosciamo ancora la risposta, ma abbiamo uno strumento sperimentale per affrontare il problema: il doppio decadimento beta senza neutrini. Trovare l'evidenza sperimentale per questo processo estremamente raro sarebbe un chiaro segnale che i neutrini sono particelle di Majorana. Per una rassegna in questo volume si veda [7]. Vorrei mettere in evidenza che se si trovasse che il neutrino è di tipo Majorana questo non sarebbe solo l'indicazione di una soluzione del perché i neutrini sono così leggeri, per il già menzionato meccanismo see-saw. Sarebbe, forse, la sola evidenza, al momento, per un nuovo fenomeno che non può essere descritto in termini di ciò che comprendiamo delle interazioni fondamentali, quello che nel gergo si definisce come *Fisica oltre il modello Standard*.

iii) Ci sono altre specie di neutrini?

Il numero magico tre per le specie di neutrini è doppiamente radicato. Da una parte si prevede che sia tre per la chiara evidenza che i neutrini sono accoppiati con i loro partner leptoni carichi, e che ci sono tre specie di leptoni carichi. D'altra parte, qualsiasi nuova specie di neutrini che interagisse mediante l'interazione debole sareb-

be stata trovata nell'analisi del decadimento dello Z^0 nell'esperimento LEP al CERN. Questo non è quello che dicono i dati: il risultato di LEP è che il numero di neutrini *attivi*, cioè che interagiscono debolmente, è $2.98 \pm 0.07(stat) \pm 0.07(syst)$ (dove *stat* è l'incertezza statistica e *syst* quella sistematica). Teoria ed esperimento combaciano perfettamente! In ogni caso la fantasia dei teorici va sempre oltre. Non solo! In effetti, c'è un gruppo di dati sperimentali anomali, vedi [8], che sembrano suggerire che ci possano essere altre particelle neutre, che interagiscono solo gravitazionalmente (si usa normalmente la parola neutrini *sterili* che indica che non sono sensibili ad alcuna interazione nota tranne quella gravitazionale, come abbiamo detto.) Devo dire che la situazione degli esperimenti di laboratorio è, al momento, piuttosto confusa. Vedremo che qualche informazione indipendente può provenire dalla cosmologia.

Cosmologia

La cosmologia è lo studio quantitativo delle proprietà e dell'evoluzione dell'universo come entità unica. La scoperta da parte di Hubble nel 1929 della relazione tra distanza e spostamento verso il rosso degli spettri atomici e molecolari provenienti da galassie lontane fu il primo chiaro indizio in favore dell'ipotesi di un universo in espansione, che può essere ben descritta in termini della soluzione di Friedmann e Lemaître delle equazioni di Einstein. Non fosse per i risultati ottenuti da Einstein, non avremmo una nuova prospettiva per la descrizione della gravità e della cosmologia.

Alla base del modello di Friedmann e Lemaître c'è l'osservazione empirica che, su grande scala, l'universo è notevolmente omogeneo (le osservazioni sono indipendenti dalla posizione dell'osservatore) ed isotropo (le osservazioni sono le stesse in ogni direzione spaziale). Questo fatto sperimentale è normalmente chiamato *Principio Cosmologico*. Ipotizzando che il nostro punto di osservazione non sia privilegiato, si è naturalmente condotti alla conclusione che tutte le osservazioni fatte da punti differenti nell'universo debbano sembrare all'incirca le medesime

e siano indipendenti dalla direzione di osservazione. Omogeneità e isotropia selezionano una forma unica della metrica dello spazio-tempo, l'ingrediente principale della teoria di Einstein. I modelli cosmologici possono quindi essere studiati dopo aver specificato il contenuto di materia che agisce come sorgente di curvatura. I risultati possono essere confrontati con dati astrofisici che negli ultimi decenni hanno raggiunto una notevole precisione.

In realtà, il Principio Cosmologico funziona solo su scale maggiori di 100 Mpc. Si tratta comunque è un'ipotesi molto forte. Molte osservazioni, come la distribuzione nel cielo della radiazione cosmica di fondo (CMB), identificata da Penzias e Wilson nel 1964, mostrano disomogeneità molto piccole, così che possono essere trattate come perturbazioni di un modello di riferimento che è omogeneo ed isotropo.

L'idea di un universo in espansione conduce alla non ovvia conclusione che tutta la materia fosse caratterizzata nel passato da densità e temperature maggiori di quelle attuali, fino ad una singolarità iniziale dove ci si aspetta che gli aspetti quantistici della gravità fossero importanti, al punto tale che per una descrizione di questa fase si è forzati ad abbandonare la teoria classica di Einstein. Al di là di questo poco compreso momento iniziale, il modello di *Big Bang* caldo fa delle previsioni per molte quantità osservabili che possono essere verificate sperimentalmente. Questo modello è autosconsistente ove si tenga conto del fatto che nei primi tempi l'espansione fosse accelerata durante una fase nota come. Questa fase è oggi un pilastro del modello cosmologico standard e prevede precisi segnali che influenzano l'evoluzione successiva, come il fatto che le disomogeneità si sviluppano da qualche seme iniziale prodotto durante questa fase dell'evoluzione, o che i fotoni della CMB venendo da direzioni molto diverse condividono la stessa distribuzione in energia, a meno di piccolissime fluttuazioni dell'ordine di 10^{-5} , come rilevato per primo dal satellite COBE.

La validità del modello del Big Bang caldo è profondamente collegata all'osservazione che i fotoni della CMB sono caratterizzati da una distribuzione di corpo nero notevolmente accurata, oggi con una temperatura $T = 2.725 \pm 0.002$ K. Questo è un chiaro segnale che i fotoni erano,

anticamente, in equilibrio termodinamico con altre particelle (elettroni, nuclei ecc.) e quindi, che l'universo fosse un plasma di nuclei, leptoni carichi, fotoni, neutrini ecc. In altre parole, andando indietro nel tempo ed immaginando di prendere istantanee delle condizioni dell'universo, lo troveremmo molto più caldo e denso di quanto sia oggi. Lo strumento naturale per descrivere le proprietà di questo plasma è il meccanismo dell'equilibrio statistico. Finché le interazioni tra le particelle sono abbastanza forti da garantire condizioni di equilibrio, come succede per esempio agli atomi o alle molecole di un gas contenuto in una scatola, è possibile introdurre il concetto di temperatura e descrivere l'evoluzione temporale di tutte le specie usando il meccanismo dell'equilibrio statistico, o la sua controparte macroscopica, l'equilibrio termodinamico.

Tuttavia, il fatto empirico che i sistemi evolvono sempre spontaneamente verso le configurazioni di equilibrio è spiegabile se il sistema è imperturbato. Nell'universo, se il tasso di espansione è troppo veloce, le particelle non riescono, in certe epoche, a raggiungere l'equilibrio. Questa osservazione è cruciale per poter spiegare la produzione di nuclei leggeri durante la nucleosintesi primordiale e l'abbondanza primordiale di barioni (protoni e nuclei leggeri quali ^3He and ^4He) o la densità primordiale di densità di materia oscura. Per descrivere tutti questi fenomeni, è necessario abbandonare l'equilibrio termodinamico e usare la teoria cinetica, uno strumento matematico che descrive come un sistema fatto di particelle evolva nel tempo, ed eventualmente tenda a raggiungere una configurazione di equilibrio. Fu sviluppata da Ludwig Boltzmann in un suo articolo famoso nel 1872. Il suo approccio consiste nel guardare l'evoluzione temporale della funzione di distribuzione delle particelle come soluzione di un'equazione integro-differenziale, conosciuta oggi come equazione di Boltzmann.

Perché dovremmo usare la teoria cinetica per descrivere (almeno alcune) caratteristiche dell'evoluzione dell'universo? La ragione è che, come abbiamo detto, durante l'espansione, l'equilibrio non è garantito. Nell'universo in espansione ci sono due effetti in competizione nell'evoluzione verso l'equilibrio: espansione e processi di interazioni tra particelle. Il tasso di espansione è inserito nel parametro di Hubble H , mentre

l'equilibrio è stabilizzato dai processi di interazione come dalla diffusione, che ridistribuisce gli impulsi delle particelle, e da quei processi in cui il numero di particelle di una data specie non è conservato, che conduce verso l'equilibrio tra specie differenti. Poiché l'universo è in espansione, l'equilibrio è mantenuto se il tasso di interazioni microscopiche è maggiore del tasso di espansione. In questo caso l'evoluzione del sistema è *quasi statica*, e può essere considerata come una sequenza di stati in equilibrio. La condizione di equilibrio è quindi $\Gamma \gg H$, dove Γ è il tasso di interazione tipica (il numero di processi di interazione per unità di tempo).

In realtà le epoche più interessanti nella storia dell'universo sono quelle in cui l'equilibrio non è raggiunto! L'evidenza di una grande quantità di *materia oscura*, l'assenza di antimateria nell'universo osservabile, la formazione di nuclei pochi secondi dopo il big bang, la stessa CMB: tutti questi fenomeni sono chiare indicazioni di diverse fasi prive di equilibrio. Per ultimo il fondo cosmico di neutrini (CNB), l'analogo per i neutrini della traccia fossile di fotoni delle prime fasi dell'espansione, porta un chiaro segnale di un fenomeno di non equilibrio: quando l'età dell'universo era di appena pochi secondi, le interazioni deboli divennero troppo lente per mantenere i neutrini in equilibrio termico con fotoni e coppie di elettroni e positroni.

Un'introduzione molto incompleta, breve, ma più quantitativa è presentata negli inserti *distillati di Cosmologia* I e II. Nella sezione seguente, utilizzando la teoria di Einstein, descriverò la meccanica statistica dell'equilibrio, la teoria cinetica ed il Modello Standard delle interazioni elettro-deboli e come ci si aspetta che i neutrini riempiano l'universo durante la sua evoluzione. Tuttavia, ed in maniera più interessante, confrontando le osservazioni con la teoria possiamo guadagnare informazioni ulteriori su proprietà sconosciute.

Prima di discutere questo punto, farò una piccola digressione e riassumerò l'attuale comprensione delle diverse fasi dell'evoluzione dell'universo. Ogni fase prevede un diverso tasso di espansione e può essere limitata dai dati osservativi. Per esempio, un'epoca dominata dalla materia, cioè quando le particelle non relativistiche sono la sorgente principale del campo gravitazio-

nale, sarebbe un disastro durante la nucleosintesi del Big Bang (BBN).

i) Inflazione.

Le equazioni di Einstein prevedono che *particelle*, sia relativistiche come i fotoni, o non relativistiche come la sconosciuta materia oscura o i barioni, rappresentino la sola sorgente di gravità. L'espansione dell'universo sarà sempre rallentata, non diversamente dalla mela di Newton, che può viaggiare fino a distanze infinite, ma sempre sentendo l'attrazione della terra. Innocente come può apparire, questa osservazione solleva problemi concettuali su tutta la storia dell'universo. Nei primi anni '80 dell'ultimo secolo si trovò che una fase iniziale *accelerata* può risolvere questi problemi, al prezzo di ipotizzare che vi sia una sorgente di gravità che accelera lo sviluppo: una qualche entità la cui densità di energia non cambi nel tempo, una *costante cosmologica* o qualcosa di molto simile. Fu scoperto, in seguito, che questo scenario, chiamato inflazione, è anche capace di fare semplici previsioni su come inomogeneità casuali iniziali si possano evolvere in tutte le strutture che noi vediamo nel cielo (galassie, cluster, ecc).

ii) Dominio della radiazione.

Per un periodo di tempo relativamente lungo rispetto ai tempi tipici delle interazioni tra particelle tutto era radiazione, un fluido fatto di particelle con una grande energia cinetica rispetto alle loro masse. C'è una sonda notevolmente robusta che ci dice che questo è quello che accadde quando l'età dell'universo era compresa tra pochi secondi e pochi minuti: la nucleosintesi del Big Bang. La formazione di nuclei leggeri non sarebbe consistente con i dati osservati se a quel tempo l'universo si fosse espanso con un tasso anche di poco diverso (basta qualche percento) rispetto a quello determinato dalla radiazione. La sola domanda ancora rimasta senza risposta è quanta radiazione fosse presente a quel tempo. Discuteremo quel punto successivamente, poiché è importante capire quanti neutrini ci fossero nell'universo in quella epoca.

iii) Dominio della materia.

La radiazione si muove troppo velocemente per permettere formazione di strutture. Galassie e cluster si sarebbero formate con un tasso molto più lento di quello osservato, se particelle relativistiche fossero responsabili del bilancio energetico dell'universo, perché non sono facilmente catturate in buche di potenziali gravitazionali. Sono troppo veloci, e l'effetto netto è quello di sopprimere la crescita di strutture locali. Evidenze a scale di lunghezza diverse (le curve di rotazione delle galassie, il deficit di massa nei cluster di galassie se consideriamo solo la materia luminosa, le proprietà della CMB, ecc.) tutto conduce all'idea che ci sono particelle pesanti che sono state non relativistiche negli ultimi miliardi di anni. Insieme ai barioni, queste particelle di *materia oscura* rappresentano il contributo principale alla parte destra dell'equazione di Einstein (si veda distillato di Cosmologia II) fino ad epoche molto recenti, ed essendo molto lente, sono le principali responsabili della crescita di inhomogeneità, conducendo ai complicati disegni che noi vediamo nel cielo su scale sufficientemente piccole (galassie, cluster, filamenti e grande vuoti). La ricerca della natura della materia oscura è ancora aperta, ma tutti i dati sperimentali indicano la sua esistenza.

iv) La costante gravitazionale vince oggi.

Questo è un argomento per un altro articolo. I dati astrofisici, soprattutto l'osservazione delle velocità di Supernovae molto distanti di tipo Ia, ci dicono che, oggi e in epoche recenti, l'espansione dell'universo è accelerata. Poiché non è rilevante per l'argomento della nostra analisi, non descriverò oltre questo interessante argomento, ma menzionerò come la scienza sia ancora in debito con la filosofia.

Neutrini e cosmologia

Un universo pieno di neutrini

La descrizione standard dei primi istanti dell'universo è quella di un plasma denso e caldo co-

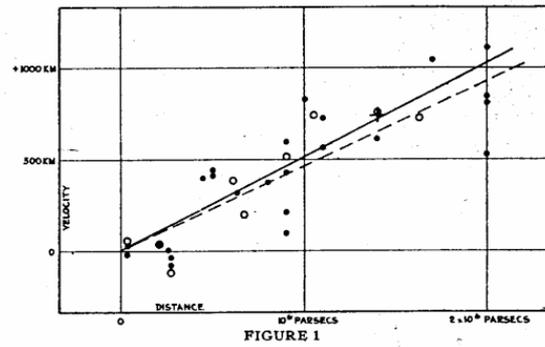


Figura 1: La figura originale della velocità di recessione in funzione della distanza osservata nell'articolo di Hubble del 1929.

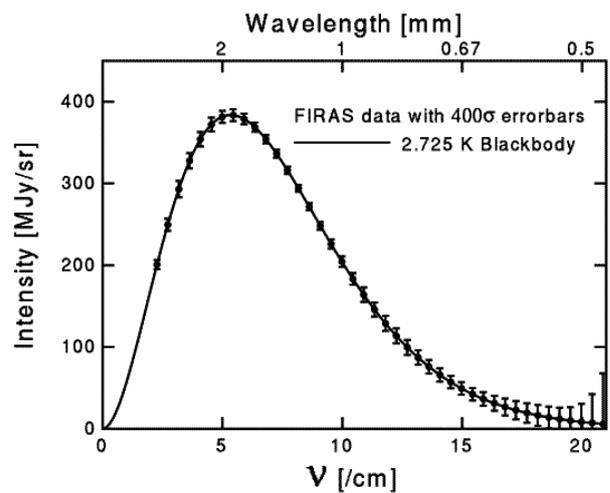


Figura 2: La distribuzione di frequenza della CMB osservata dall'apertura FIRAS (punti) confrontata con una distribuzione di corpo nero (linea continua).

stituito da tutte le particelle note (e presumibilmente anche di altre particelle non ancora note!) che a quel tempo erano tutte relativistiche. Le loro interazioni continue presto portarono ad uno stato di equilibrio termodinamico. A causa dell'espansione, come avviene in un gas che si espande in una scatola termodinamicamente isolata (espansione adiabatica), la loro temperatura T , la densità numerica, quelle di massa e di energia diminuivano. In particolare, la legge di conservazione dell'energia e pressione presentata nel riquadro *Distillato di cosmologia II: strumenti*, prevede che la temperatura diminuisca in proporzione inversa rispetto al fattore di scala, $T \times a(t) = \text{costante}$. Questo è noto come *spostamento verso il rosso*.

Lo spostamento verso il rosso è una quantità

Distillato di cosmologia II: strumenti

Nonostante i grovigli matematici della relatività generale, la teoria dell'interazione gravitazionale di Einstein è meravigliosamente semplice. Per una data distribuzione di masse, corpi, fluidi ecc., che producono un campo gravitazionale, la quantità fondamentale è rappresentata da una particolare struttura dello spazio-tempo che decide quale sia il percorso più breve tra due punti. Le equazioni di base, analoghe alla legge di gravitazione universale di Newton, sono dette equazioni di Einstein e sono espresse come:

$$\text{gravità} = 8 \pi G_N (\text{densità di energia} / \text{pressione}).$$

La parte sinistra (gravità) è l'incognita, ed il suo valore è definito una volta che la parte destra venga specificata, cioè quando siano date le proprietà del campo gravitazionale. Queste ultime sono determinate dalla densità di energia ρ e dalla pressione P (quest'ultima non è sorgente di gravità nella teoria di Newton) o, più in generale, attraverso il tensore *stress-energia*. Naturalmente G_N è la costante di gravitazione di Newton. Tutte le *accettabili* sorgenti di gravità devono obbedire all'analogo della conservazione di energia della meccanica classica che, nelle parole di Einstein, è la *conservazione covariante* del tensore stress-energia.

Una particella di prova messa in un campo gravitazionale, che non sia sottoposta ad altre forze, si muove seguendo il percorso più breve, un moto *geodesico* che dipende dalla metrica, definita dalla soluzione dell'equazione di Einstein, ottenuta quando le proprietà dei corpi celesti e le loro distribuzioni sono assegnate. Fondamentalmente è lo stesso modo di ragionare della costruzione di Newton: sorgente \rightarrow gravità \rightarrow moto di un corpo di prova, ma presentato in un linguaggio diverso, con la, per niente ovvia, nuova caratteristica legata al fatto che esista una velocità massima per la propagazione dei segnali (la velocità della luce).

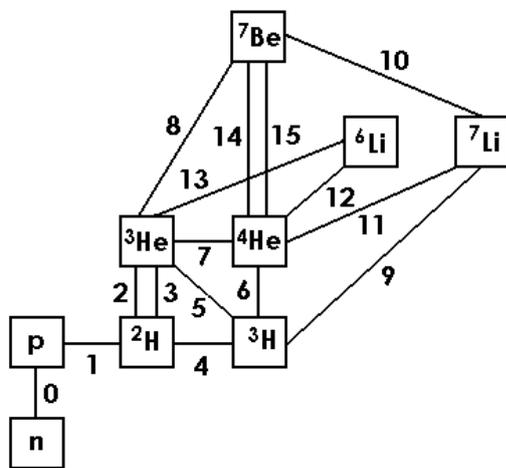


Figura 3: Un diagramma che illustra le principali reazioni nucleari durante la nucleosintesi del Big Bang.

più fondamentale della diminuzione della temperatura, cioè dell'energia cinetica media delle specie relativistiche in equilibrio termico. Questo perché lo spostamento verso il rosso dello spettro di emissione sussiste anche per particelle

che non siano in equilibrio termico. In un universo in espansione, infatti, il momento lineare di una particella diminuisce sempre come $a(t)^{-1}$ sino a quando è in caduta libera, cioè segue il percorso più piccolo nella metrica di Friedmann, Robertson, Walker and Lemaître. È da notare che, poiché $a(t)^3$ è il modo con il quale scala il volume nell'universo in espansione, abbiamo $T \sim V(t)^{\gamma-1}$, e l'indice adiabatico è $\gamma = 2/3$, da confrontare con il risultato standard per un gas monoatomico, $\gamma = 5/3$.

Prima o poi, le particelle diventeranno non relativistiche, a meno che non siano prive di massa, questo poiché la loro energia cinetica diminuisce con l'espansione. Quando il valore della loro energia cinetica diventa inferiore a quello della loro massa a riposo, la loro annichilazione diventa più conveniente per minimizzare l'energia. Consideriamo, ad esempio, il muone. All'equilibrio l'annichilazione di una coppia di muoni $\mu^+ + \mu^- \rightarrow \gamma + \gamma$ è compensata dal processo inverso $\gamma + \gamma \rightarrow \mu^+ + \mu^-$, che stabilisce l'equilibrio cinetico tra muoni e fotoni. Ad un certo punto, tuttavia, i fotoni non hanno energia suf-

Friedmann, Roberston, Walker e Lemaître (FRWL), furono i primi ad applicare la teoria di Einstein alla dinamica dell'Universo, sfruttando, in modo semplice, una singola ipotesi: che su una scala sufficientemente grande, il nostro universo sia abbastanza omogeneo e isotropo. Questa idea, nota come *Principio Cosmologico* è sufficiente per definire la forma della metrica a meno di una funzione sconosciuta, il fattore di scala $a(t)$ che dipende solo dal tempo e fissa, ad ogni tempo, la distanza tra due osservatori: se $a(t)$ è una funzione crescente del tempo, la loro distanza cresce nel tempo: questo è un universo in espansione.

Nel modello FRWL la teoria di Einstein si riduce a due semplici relazioni: la legge di Friedmann

$$H^2 = \left(\frac{1}{a(t)} \frac{da(t)}{dt} \right)^2 = \frac{8\pi G_N}{3} \rho - \frac{k}{a^2}$$

che afferma che il tasso di espansione (H) dell'Universo dipende dalla densità di energia della materia, e la legge di conservazione dell'energia e pressione

$$\frac{d\rho}{dt} + 3H(\rho + P) = 0$$

Quella che Hubble scoprì essere la costante che lega la distanza di una data sorgente astrofisica con la sua velocità di regressione è, nella cosmologia di FRWL, il valore attuale della costante H . Un'ultima osservazione circa il parametro k , noto come curvatura dello spazio. È un parametro libero che può essere positivo, negativo oppure nullo. Il suo valore decide l'eventuale destino di un dato Universo. Per $k \leq 0$ l'espansione continuerà per sempre, poiché la parte destra della prima equazione, e quindi la velocità di espansione, è sempre positiva. Per $k > 0$ c'è un valore di a per cui l'espansione si arresta, quando la parte destra è nulla, e l'universo inizia una nuova fase di collasso. Grazie agli esperimenti degli ultimi dieci anni, in particolare WMAP e Planck [9], sappiamo che il nostro universo è molto vicino ad un universo spazialmente piatto, cioè $k = 0$.

ficiente per produrre coppie di muoni, e solo il primo processo diventa possibile. Tutti i muoni si trasformano allora in fotoni, e così per elettroni, neutrini ecc. con processi simili. Ad esempio, oggi, non rimane alcun muone primordiale nell'universo.

Per una ragione che apparirà immediatamente chiara, la fase in cui l'universo aveva temperatura dell'ordine del MeV è particolarmente rilevante. Un'istantanea del contenuto di particelle relativistiche a quell'età mostra che rimangono solo coppie di elettroni e positroni, fotoni e neutrini, le specie che sono ancora relativistiche. Sono presenti anche protoni e neutroni sebbene siano molto massivi, in una piccolissima frazione rispetto all'abbondanza dei fotoni. Il rapporto tra densità di fotoni e barioni può essere misurato da due osservabili cosmologiche, BBN e CMB, e si trova che è $n_b/n_\gamma \sim 10^{-9}$. La ragione per la qua-

le i barioni stanno ancora popolando l'universo è legata al fatto che la conservazione del numero barionico, una simmetria fondamentale delle interazioni a scale di bassa energia, li protegge da una totale annichilazione in specie più leggere, (come invece avviene nel caso dei muoni!). Ritorno su questo punto. All'epoca in cui $T \geq$ pochi MeV, la radiazione domina grandemente il bilancio energetico totale. La densità di energia dei fotoni all'equilibrio può essere semplicemente stimata, e assume l'espressione standard della distribuzione di Stefan-Boltzmann (la densità di energia è proporzionale a T^4)

$$\rho_\gamma = 2 \times \frac{\pi^2 k^4}{30 \hbar^3 c^3} T^4$$

dove $\hbar = h/2\pi$ è la costante di Plank ridotta. Elettroni e positroni e neutrini contribuiscono

per simili quantità

$$\rho_{e^\pm} = 2 \times 2 \times \frac{7}{8} \frac{\pi^2 k^4}{30 \hbar^3 c^3} T^4$$

$$\rho_\nu = 3 \times 2 \times \frac{7}{8} \frac{\pi^2 k^4}{30 \hbar^3 c^3} T^4$$

Il fattore $7/8$ è dovuto alle diverse proprietà statistiche di elettroni e neutrini rispetto ai fotoni. Essendo i primi dei fermioni soddisfano il principio di esclusione di Pauli, mentre non lo fanno i fotoni. I fattori numerici sono dovuti alle possibili orientazioni dello spin (2), la somma sugli stati di particella e antiparticella (2) e, per i neutrini, il numero di sapori (3). Oggi è una tradizione ben radicata ridefinire la densità di energia dei neutrini nel parametro *numero effettivo di neutrini* N_{eff} , in modo che la densità di energia delle specie totalmente relativistiche ρ_R quando e^\pm sono ancora particelle relativistiche (vedi dopo) diventa

$$\rho_R = \rho_{e^\pm} + \rho_\gamma \left(1 + \frac{7}{8} N_{\text{eff}} \right)$$

Questa notazione può sembrare un po' barocca, poiché dalle formule presentate sopra sembra ovvio che $N_{\text{eff}} = 3$. Tuttavia questo succede se: i) c'è solo una specie di neutrini; ii) sono in completo equilibrio con i fotoni (cioè sono alla stessa temperatura); iii) non ci sono strutture esotiche nella loro distribuzione in funzione del momento lineare (dato da $h\nu/c$ in accordo con la relazione di de Broglie). Questo è dato dall'analogia con la funzione di corpo nero per i fotoni, con un cruciale segno più nel denominatore che indica che sono particelle fermioniche, cioè soddisfano il principio di esclusione di Pauli (confronta con la distribuzione di fotoni nel riquadro *Distillato di cosmologia I: evidenze*).

$$\text{flux}_{\text{neutrino}}(\nu) = 3 \times \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} + 1}$$

in unità di $\text{W m}^{-2} \text{sr}^{-1} \text{Hz}^{-1}$.

In altre parole, N_{eff} è un modo semplice per parametrizzare quello che non conosciamo del comportamento dei neutrini nell'era del MeV. Mostro come il valore di N_{eff} possa essere fortemente vincolato dai dati sperimentali.

Abbiamo già detto che i neutrini sono tenuti in equilibrio con altre specie attraverso interazio-

ni deboli. Alla temperatura dell'ordine di pochi MeV il loro tasso tipico scende sotto il parametro di espansione di Hubble, e i neutrini si *disaccoppiano*. Da questo momento in poi, i loro effetti sulla materia dell'universo si manifesteranno solo attraverso la gravità. Non essendo più soggetti a processi di diffusione, essi si propagano liberamente e la loro distribuzione è congelata, tranne che per lo spostamento verso il rosso della loro temperatura. Questo significa che l'espressione del loro flusso presentata sopra è quella che noi misuriamo oggi, ammesso che si scali la temperatura al valore attuale.

Poco dopo il disaccoppiamento dei neutrini, gli elettroni e i positroni cominciano a sentirsi intollerabilmente pesanti. A $T \sim 0.511 \text{ MeV}$, si annichilano in coppie di fotoni in processi $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$, *ma non in neutrini*¹, poiché il processo analogo $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}$ è un processo debole che in questa epoca è troppo lento per avvenire. Questo significa che tutta l'energia accumulata in elettroni e positroni scalda i fotoni ma non i neutrini. Dopo questo istante la temperatura del neutrino T_ν è quindi inferiore alla temperatura del fotone T_γ per un fattore che può essere calcolato usando la conservazione dell'entropia durante l'espansione, $T_\nu = (4/11)^{1/3} T_\gamma$. Dato che oggi conosciamo abbastanza accuratamente T_γ , possiamo inferire la temperatura dei neutrini nell'universo attuale

$$T_\nu(\text{oggi}) = (4/11)^{1/3} 2.752 \text{ K} = 1.964 \text{ K}$$

che è estremamente bassa! Conseguentemente, il numero di neutrini e antineutrini per unità di volume è dell'ordine di 56 cm^{-3} per sapore, inferiore a quello dei fotoni della CMB (411 cm^{-3}), ma notevolmente grande (rappresenta il maggior flusso di origine astrofisica, più abbondante, ad esempio, di quello dei neutrini provenienti dal sole!). Se il modello di Big Bang caldo è corretto, siamo circondati da un intenso flusso di neutrini fossili che, in principio, come i fotoni della CMB trovati da Penzias e Wilson, potrebbe essere rivelato da qualche *antenna di neutrini*. Sfortunatamente questo è molto difficile perché i neutrini del fondo cosmico (CNB) sono molto freddi (pochi Kelvin) e, quindi, trasportano poca

¹C'è un piccolo rilascio di energia in neutrini dell'ordine del percento.

energia cinetica da trasferire in processi di interazione con il rivelatore. Inoltre, interagiscono solo mediante l'interazione debole, quindi il tasso di interazione è estremamente basso. In ogni caso, una prova diretta dell'esistenza del CNB sarebbe di importanza straordinaria, essendo, come la CMB, la legge di Hubble e la nucleosintesi primordiale una previsione chiave del modello del Big Bang. Molti ricercatori studiano oggi possibili tecniche di rilevazione di tali neutrini. Vi sono idee interessanti che si spera possano essere implementate sperimentalmente in un futuro non troppo lontano.

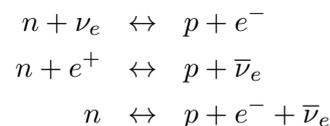
I neutrini e la sintesi degli elementi primordiali

C'è un'altra chiara evidenza che i neutrini hanno popolato l'universo a partire da pochi secondi dopo il big bang: la nucleosintesi dal Big Bang (BBN). La BBN si è attivata in un breve periodo della storia dell'universo durante la quale nuclei leggeri, soprattutto ^4He , ^2H , ^3He e, in misura minore, ^7Be e ^7Li furono prodotti da reazioni di fusione, come avviene oggi, in genere mediante diversi meccanismi nucleari, all'interno delle stelle. Ad energie sufficientemente alte, maggiori delle tipiche energie di legame, la cui scala è dell'ordine di 1 - 10 MeV per nucleone, ogni specie nucleare prodotta come reazione di fusione potrebbe essere fissionata dal fondo di fotoni ad alta temperatura o da altri processi di fusione. Il fatto è che quando la temperatura del plasma nell'universo, quindi quella dei fotoni, è più grande di alcuni MeV, tutti i barioni sono nella forma di protoni o neutroni liberi, e non si ha la formazione di nuclei.

Da quanto ho detto prima (le particelle pesanti tendono a scomparire dal bagno termico per poter minimizzare l'energia totale), il lettore può essere sorpreso dal fatto che queste particelle pesanti (i nucleoni hanno energie dell'ordine del GeV) siano ancora in giro a queste temperature così basse. La ragione per la quale questo è possibile è legata al fatto che l'universo non è simmetrico nella composizione di materia-antimateria, in particolare contiene un maggior numero di barioni (protoni, neutroni) che di anti-barioni (antiprotoni, antineutroni). Infatti, protoni e nuclei leggeri, insieme con gli elettroni, costituiscono i

mattoni fondamentali per la costruzione di pianeti, stelle, galassie, ecc. ma non ci sono tracce di antiprotoni, anti-nuclei o positroni, se non quelli prodotti da interazioni ad alta energia di raggi cosmici o da sorgenti astrofisiche di particelle di alta energia. Questa osservazione fu considerata all'inizio come un'ipotesi *ad hoc* sulle condizioni iniziali dell'universo nel *big bang*. Fu chiarito in seguito, soprattutto grazie al fisico russo Andrej Sacharov, che una soluzione più elegante consisteva nell'ipotizzare che, in una qualche epoca molto antica, fosse attiva una interazione che violava la conservazione del numero barionico. Quando la temperatura scese con l'espansione, queste interazioni diventarono troppo deboli (il loro tasso era sceso sotto il tasso di espansione generato dal tasso di espansione di Hubble). Tutti gli altri processi, quelli che noi studiamo in esperimenti di laboratorio (elettromagnetici, deboli, forti e gravitazionali) non possono cambiare il numero iniziale di barioni (cioè il numero di barioni meno il numero di anti-barioni) perché tutte conservano il numero barionico, così come le interazioni elettromagnetiche conservano la carica. Per un valore della temperatura dell'ordine della massa del nucleone, i nucleoni e gli anti-nucleoni diventano particelle non relativistiche e la loro rapida annichilazione in particelle più leggere condurrebbe ad un universo senza barioni se non fosse per il piccolo eccesso di barioni sugli anti-barioni. Questa frazione di barioni sopravvive e rappresenta l'attuale contenuto globale di barioni dell'universo.

Dopo questa digressione, ritorniamo alla BBN. I neutroni ed i protoni sono tenuti in equilibrio dai processi deboli



Poiché i neutroni sono leggermente più pesanti dei protoni, a basse temperature, inferiori alla differenza tra le masse del neutrone e del protone $\Delta m_N = 1.29$ MeV, queste reazioni avvengono preferibilmente nella direzione destra (sempre per minimizzare l'energia, poiché i protoni pesano leggermente meno) e tutti i neutroni scompaiono. Questo significa un universo con solo atomi di idrogeno. Il punto è che poco prima, in ma-

niera analoga a quanto è avvenuto per i processi deboli che mantengono i neutrini in equilibrio, anche questi processi diventano troppo lenti e il rapporto tra protoni e neutroni si *congela* ad un valore fissato, che può essere calcolato esplicitamente. È curioso che *proprio per i valori esatti* della costante di Fermi G_F , che regola il tasso di processi deboli, della costante di Newton G_N , che appare nella legge di Friedmann (si veda il riquadro *Distillato di cosmologia II: strumenti*), e di Δm_N , i neutroni sopravvivono, i nuclei si formano e quindi si evolvono strutture complesse, inclusi gli esseri umani. Proprio dopo questo congelamento dei processi deboli, cominciano a formarsi nuclei di deuterio. C'è un piccolo guadagno di energia in questo, dato che l'energia di legame nucleare è di 2.23 MeV. Le condizioni di temperatura e di densità in questa epoca permettono una serie di complicate reazioni nucleari che sono sufficientemente efficienti da produrre anche nuclei più pesanti fino al ${}^7\text{Be}$ e ${}^7\text{Li}$ (vedi la Figura 3). Ad un certo punto, tuttavia, la catena nucleare si ferma perché l'espansione dell'universo domina e, ad esempio, non si producono *metalli* (nel gergo astrofisico i metalli sono C, N, O, ogni elemento non prodotto nella BBN). L'evoluzione con la temperatura dei nuclei leggeri durante il BBN è mostrata nella Figura 4. Il parametro chiave per fissare il valore finale del loro numero è il già menzionato ammontare di barioni per fotone, chiamato η_b . È un parametro libero, legato all'asimmetria iniziale tra materia e anti-materia. In effetti, la BBN fu, storicamente, la prima maniera di definire il suo valore. La stima presente è, come detto prima, $\eta_b \sim 10^{-9}$. Per questo valore, le previsioni teoriche per l'abbondanza dei nuclei leggeri di origine primordiale sono in ottimo accordo con le osservazioni astrofisiche, in particolare le abbondanze di deuterio e ${}^4\text{He}$. Per l'abbondanza del ${}^3\text{He}$ al momento abbiamo solo un limite superiore. Lo stato del ${}^7\text{Li}$ è leggermente più complicato, e non è chiaro se le osservazioni stiano veramente misurando il suo valore *primordiale*.

Qual è il ruolo dei neutrini nella BBN? È doppio.

- i) I neutrini elettronici sono direttamente coinvolti nei processi deboli che mantengono neutroni e protoni in equilibrio. Se non ci fossero stati ν_e e $\bar{\nu}_e$ nell'universo, o se il loro

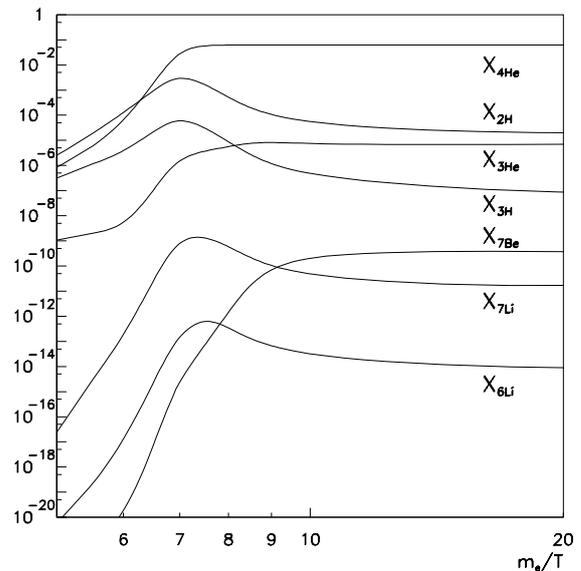


Figura 4: L'evoluzione delle abbondanze nucleari prodotte nella BBN in funzione di m_e/T , dove m_e è la massa dell'elettrone. Le quantità X_i sono le frazioni del numero di nuclidi i normalizzate al numero totale di protoni e neutroni nell'universo.

numero fosse stato troppo grande o troppo piccolo rispetto a quello discusso nella sezione precedente, le previsioni della BBN sarebbero state completamente errate.

- ii) Il tasso di espansione dell'universo, oltre al valore di G_N , dipende in modo cruciale dalla densità di energia ρ durante la BBN. Il primo risultato è che durante la BBN l'universo *dovrebbe essere dominato dalla radiazione*. Se la materia oscura, o anche peggio, una costante cosmologica, avessero determinato l'espansione, le abbondanze nucleari sarebbero completamente diverse da quelle che si osservano.

Noi vediamo che la densità di energia delle specie relativistiche può essere descritta da un solo parametro, N_{eff} . Se il suo valore è quello atteso (3), lo scenario della BBN funziona abbastanza bene. Questo significa che la CNB dovrebbe essere molto vicina alle nostre attese. Troppi neutrini, o troppo pochi, o qualche esotica caratteristica nel loro flusso, avrebbero rovinato il buon accordo tra teoria e dati sperimentali. Questi ultimi al momento escludono che N_{eff} possa valere 4 o 2, per esempio.

Quest'ultimo punto ci porta ad un'altra osservazione importante. Al di là dei tre neutrini standard, tutte le altre specie di particelle, ammesso che siano relativistiche, contribuiscono a N_{eff} . Questo perché la gravità (la legge di Friedmann) è cieca alle proprietà delle particelle ma è sensibile solo alla loro energia (e pressione). Abbiamo menzionato in precedenza che ci sono risultati di laboratorio che suggeriscono che ci potrebbero essere delle specie sterili di neutrini. Se fossero state prodotte nell'universo primordiale, e questo dovrebbe essere il caso se i risultati sperimentali fossero spiegati in termini di queste specie, il valore di N_{eff} dovrebbe essere maggiore di tre. Questo è sfavorito dai risultati della BBN. Vedremo come il limite su questi stati sterili sia anche maggiore se si usano i risultati della CMB.

L'impronta dei neutrini sulla radiazione cosmica di fondo (CMB) e sulle strutture a grande scala.

La CMB si è formata quando l'età dell'universo era di circa 380000 anni. In questa epoca, la temperatura dei fotoni era di una frazione di eV, e gli elettroni e i protoni (e i nuclei di ^4He , la specie più abbondante dopo i protoni) si ricombinarono per formare i primi atomi. Poco dopo, la diffusione di fotoni per il tramite di processi Thomson sui pochi elettroni rimasti liberi diventarono molto rari. Quindi l'universo diventò *trasparente* alla luce. I fotoni *si spostarono verso il rosso*, cioè perdettero parte della loro energia a causa dell'espansione dell'universo ed, eventualmente, oggi raggiungono i nostri rivelatori. È molto simile a quanto accade alla luce emessa dal Sole. I fotoni prodotti all'interno del sole diffondono molte volte, e sono continuamente assorbiti ed emessi. Solo alla superficie la densità degli ioni ed elettroni è sufficientemente bassa, e i fotoni sono quindi liberi di viaggiare fino alla terra. La superficie nel cielo, dalla quale riceviamo i fotoni della CMB è *l'ultima superficie di diffusione*, uno dei più antichi strumenti di osservazione che abbiamo per investigare l'evoluzione dell'universo, l'equivalente della superficie del Sole.

La radiazione della CMB è notevolmente isotropa. La luce sembra avere le stesse proprietà indipendentemente dalla direzione di arrivo e possiede una temperatura media comune T . In

particolare, la distribuzione di fotoni, come abbiamo già menzionato, è quella di un perfetto corpo nero. Ci sono, tuttavia, piccole fluttuazioni nella temperatura se si guarda ad angoli diversi nel cielo. Questo non è solo inatteso, ma è piuttosto una benedizione, poiché ci offre la possibilità di comprendere la ragione per cui l'universo non è *perfettamente omogeneo e isotropo*.

L'intendimento comune è ancora radicato nel paradigma dell'inflazione. Durante la fase iniziale dell'espansione, minuscole perturbazioni del potenziale gravitazionale su piccole distanze furono allungate a scale cosmologiche, e sono i semi primordiali di tutte le disomogeneità che noi osserviamo oggi, dalle anisotropie della CMB fino alle strutture delle galassie, dei cluster, ecc.

Così come è privo di significato chiedersi perché la Terra si trovi esattamente a quella distanza dal sole che permise alla vita di svilupparsi, è ugualmente privo di interesse cercare di capire perché osservando il cielo della CMB, i fotoni provenienti da una particolare direzione siano poco più caldi, o freddi, rispetto al valor medio della temperatura della CMB. Invece, è interessante studiare le proprietà statistiche delle fluttuazioni. Se avessimo molti universi da osservare, potremmo vedere che condividono caratteristiche comuni, anche se non identiche. La stella più vicina alla Terra non sarebbe α -Centauri, ma la *probabilità* che ci sia una stella vicina alla distanza di pochi anni luce sarebbe analoga a quella che si ha nel nostro universo osservabile. In altre parole, tutti i diversi universi, ammesso che siano stati generati con le stesse condizioni iniziali, sarebbero molto simili tra loro, analizzandoli in termini di probabilità di avere un certo numero di galassie, o di cluster, in un dato volume. Cosa è veramente significativo per comprendere le proprietà delle disomogeneità, che sono variabili stocastiche? Questo ci indica a quale classe di universi noi apparteniamo! Queste perturbazioni stocastiche hanno distribuzioni gaussiane? Qual è l'ampiezza del loro spettro quando ci muoviamo da piccole a grandi scale?

Le osservazioni ci dicono che tutto è stato originato da piccole disomogeneità gaussiane. Queste perturbazioni iniziali sono soggette a diversi destini, a seconda della loro lunghezza d'onda. Poiché l'universo si espande, e la velocità della luce è finita, c'è una distanza massima che

la luce può percorrere. Questa distanza è normalmente chiamata *orizzonte delle particelle*. Le perturbazioni di una data ampiezza, possono essere cambiate da meccanismi dinamici (diffusioni, smorzamenti, amplificazioni di instabilità gravitazionali) solo su scale di distanze inferiori a quella dell'orizzonte delle particelle. Tutti questi regimi sono chiaramente visibili nelle anisotropie della CMB. Questo perché la causalità implica che non ci siano meccanismi fisici che possono trasferire informazioni più rapidamente della velocità della luce.

L'osservabile fondamentale della CMB è la funzione di correlazione temperatura-fluttuazione. Per un dato punto nel cielo, identificato da due angoli θ e ϕ (per esempio ascensione retta e declinazione), si misura il valore attuale della temperatura della CMB $T(\theta, \phi)$, e definendo

$$\delta T(\theta, \phi) = \frac{T(\theta, \phi) - T}{T},$$

la funzione di correlazione

$$\overline{\delta T(\theta, \phi) \delta T(\theta', \phi')}$$

rappresenta l'eccesso di probabilità, confrontato con una distribuzione casuale di temperature, di trovare simili valori di T ad una data distanza $(\theta - \theta', \phi - \phi')$.

La barra in alto indica la media. Questa quantità è comunemente espressa in termini di coefficienti C_l che, tecnicamente, sono ottenuti facendo uno sviluppo in termini di polinomi di Legendre (si veda il riquadro *I coefficienti C_l e lo spettro di potenza $P(k)$*). La distribuzione sperimentale è mostrata nella figura 5 insieme ad una curva di fit. Ci sono tre caratteristiche che possono essere apprezzate da questa figura.

- i) Nel regime di piccoli l (grandi distanze angolari), lo spettro della CMB è piuttosto piatto. È ciò che rimane delle fluttuazioni primordiali prodotte dall'inflazione.
- ii) Nella regione intermedia, c'è una serie di picchi e valli. Queste sono dovute alla dinamica durante l'ultima fase della diffusione. Il plasma di fotoni, elettroni e barioni oscilla sotto l'effetto di due forze in competizione: la pressione dei fotoni da una parte e la gravità dei barioni ed elettroni dall'altra.

- iii) A grandi valori di l , i valori dei coefficienti C_l scendono esponenzialmente. I fotoni diffondono a piccole distanze per moto Browniano. Questo conduce ad uno smorzamento delle inhomogeneità e dei valori di C_l .

Ci sono due modi attraverso i quali i neutrini possono influenzare questo percorso: attraverso le loro proprietà di fondo cosmico e attraverso le loro perturbazioni. Con le proprietà di fondo cosmico intendo le loro proprietà omogenee, come la densità media, o proprietà fisiche, come la loro massa. Ma i neutrini, come tutte le specie, presentano alcune disomogeneità che forniscono un contributo sia alla crescita di strutture materiali o al loro smorzamento. Qui sotto c'è un riassunto dei loro effetti sullo spettro di potenza della CMB.

- i) Durante la formazione della CMB (quando la temperatura dei fotoni è una frazione di eV) i neutrini contribuiscono alla densità di energia da radiazione (la N_{eff} che abbiamo introdotto prima), a meno che non abbiano una massa maggiore della scala dell'eV. Se il valore di N_{eff} aumentasse (o si abbassasse), questo cambierebbe il rapporto tra l'ammontare della radiazione e della materia nell'universo, e quindi, produrrebbe il cosiddetto effetto *Integrated Sachs-Wolfe* (ISW). Durante il loro viaggio dall'ultima superficie di diffusione alla terra, i fotoni sono soggetti a buche di potenziale e picchi prodotti da (crescenti) disomogeneità. Come abbiamo detto, il modo in cui il potenziale gravitazionale cambia nel tempo dipende dall'espansione. In un universo dominato dalla radiazione o dalla costante gravitazionale, buche o picchi localizzati decadono nel tempo. Quando un fotone cade in una buca, accelera e trasforma la sua energia gravitazionale in energia cinetica (temperatura). L'opposto avviene quando risale dalla buca. Per la conservazione dell'energia, l'energia cinetica finale del fotone rimarrebbe la stessa se il potenziale gravitazionale non cambiasse nel tempo, ed i fotoni della CMB mantenessero la loro distribuzione di temperatura (ovviamente spostata verso il rosso a causa dell'espansione). Quindi lo spettro finale della CMB

sarebbe modificato grazie all'effetto ISW dall'epoca dominata dalla radiazione a quella dominata dalla materia (Early ISW) o da quest'ultima a quella dominata dalla.

- ii) Sulle piccole scale (nella Figura 5, il range $l > 1000$) la diffusione dei fotoni cancella le fluttuazioni di temperatura. La tipica scala di lunghezza per questo meccanismo è $\sqrt{t_u}$, dove t_u è l'età dell'universo all'epoca della separazione radiazione materia. La radice quadrata indica il comportamento tipico del moto Browniano: collisioni casuali portano ad uno spostamento delle particelle che, in media, è nullo ma la cui varianza cresce con il tempo, ma più lentamente del moto della particella (lo spostamento sarebbe proporzionale al tempo in questo caso). D'altra parte, il primo picco nello spettro di C_l , chiaramente visibile attorno a $l = 200$, corrisponde alla più grande scala casualmente collegata alla ricombinazione, l'oscillazione finale del plasma di fotoni ed elettroni prima del disaccoppiamento. Questa scala è dell'ordine di grandezza dell'orizzonte delle particelle all'epoca del disaccoppiamento ed è una funzione lineare del tempo t_u . Confrontando la posizione del picco nel disegno in funzione di l con il range di l dello smorzamento possiamo inferire qualche informazione su t_u , e quindi sulla velocità dell'espansione dell'universo all'epoca della formazione della CMB. Poiché il valore di H dipende dall'ammontare totale della densità di energia di radiazione (e di materia), questo si modifica in un limite su N_{eff} . L'esperimento Planck usa questo fenomeno per restringere fortemente la stima del numero effettivo di neutrini $N_{\text{eff}} = 3.04 \pm 0.18$ [9]. Non c'è spazio per una quarta specie di neutrini, a meno che la sua densità nelle prime ere dell'universo sia molto inferiore a quella dei neutrini attivi.
- iii) La massa del neutrino ha un doppio effetto sulla CMB, se non è troppo più piccola della temperatura dell'ultima superficie di diffusione che è dell'ordine di qualche frazione di eV. Da una parte fissa il tempo nella storia dell'espansione quando i neutrini diventano non relativistici, quindi quando non sono

più *radiazione* ma diventano *materia*. È notevole il fatto che i neutrini abbiano una massa piccola, e che siano le sole particelle per le quali possiamo vedere questa transizione usando le osservazioni! Se fossero diventati non relativistici durante la formazione della CMB, questo avrebbe cambiato il già menzionato effetto ISW. Ad un certo punto l'universo sente più materia di quella attesa se i neutrini fossero particelle prive di massa, e la disomogenità comincia a crescere prima, come in un universo dominato dalla materia. Il secondo effetto della massa del neutrino è l'effetto *lente* sulla CMB. I fotoni emessi dall'ultima superficie di diffusione viaggiano verso la Terra e lungo il loro cammino incontrano galassie, cluster ecc. Il loro effetto è la famosa previsione della teoria di Einstein: il *lensing* cioè la curvatura delle loro traiettorie, e un cambiamento della loro energia nel campo gravitazionale dei corpi massivi. L'effetto *di lente* è naturalmente legato all'ammontare di materia lungo la linea di vista, ed il suo peso relativo rispetto alla radiazione. Un neutrino massivo contribuirebbe all'effetto lente in maniera alquanto differente rispetto ad uno senza massa. L'aumento della massa del neutrino sopprime le aggregazioni su scale inferiori alla dimensione dell'orizzonte delle particelle al tempo della transizione non relativistica (prima di questa era, in effetti, i neutrini sono radiazione), e quindi l'effetto lente è inferiore a queste scale. L'effetto lente sulla CMB è stato misurato dall'esperimento Planck che ha trovato uno stretto vincolo sulle somme delle masse dei neutrini, in altre parole, sulla scala di massa assoluta m_0 che abbiamo menzionato prima, dell'ordine di 0.2 eV. Notiamo che questo valore è la sensibilità a cui mira l'esperimento Katrin.

- iv) Non diversamente dai fotoni, anche i neutrini hanno piccole perturbazioni, che rappresentano il primo segno dello stadio inflazionario. Queste perturbazioni evolverebbero in maniera differente se i neutrini fossero particelle prive di massa, se si fossero mosse liberamente durante l'epoca della CMB, cioè se non fossero state soggette ad alcun proces-

so di interazione, diffusione, annichilazione ecc., o se fossero massive. I recenti risultati dell'esperimento Planck ci dicono che le nostre previsioni sono abbastanza consistenti con i dati. I neutrini sono come Pauli li immaginava: interagiscono debolmente, sono particelle leggere, si muovono alla velocità della luce attraverso la CMB.

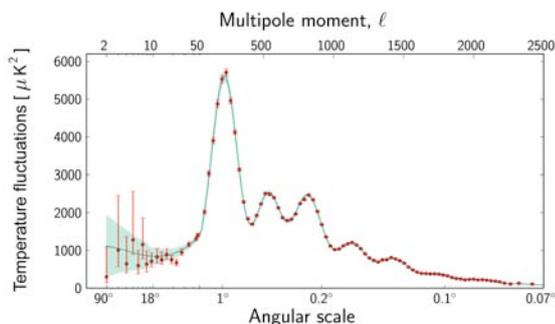


Figura 5: Lo spettro di potenza della CMB (C_l) in funzione della scala angolare (scala inferiore) e del momento di multipolo l (scala superiore).

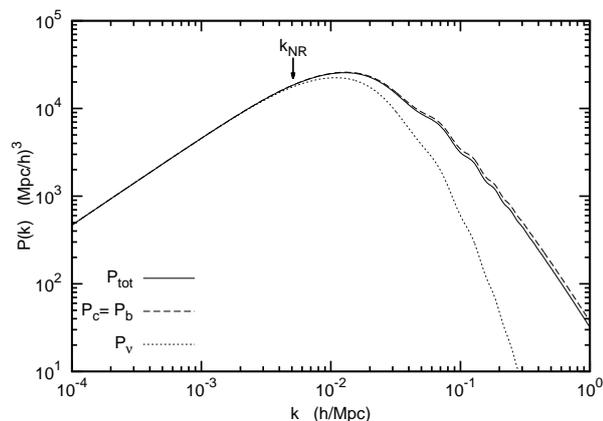


Figura 6: Lo spettro di potenza della materia $P(k)$ in funzione dell'inverso della distanza $k = 2\pi/d$, misurata in unità di h / Mpc^{-1} . L'incertezza sul valore attuale della costante di Hubble è inserita nel parametro h , definito come $H_0 = 100 h \text{ Km/s Mpc}^{-1}$. La linea continua è il valore totale di $P(k)$, la linea tratteggiata è il contributo della materia oscura (c =cold dark matter) e dei barioni (b). Infine, la linea punteggiata è lo spettro di perturbazione per tre neutrini con massa di 0.3 eV ognuno. Il numero d'onda k_{NR} è l'inverso della scala di lunghezza alla quale i neutrini diventano particelle non relativistiche.

Il valore della massa dei neutrini può anche essere vincolato dalla quantità osservata di galassie

e cluster dell'universo. Il meccanismo fondamentale è uguale quello che abbiamo descritto nel caso della CMB. La transizione del fondo di neutrini da un fluido relativistico a non relativistico cambia il modo in cui loro influiscono sulla formazione delle strutture. L'equivalente del C_l per le disomogeneità della materia è il cosiddetto spettro di potenza, $P(k)$. È la funzione di correlazione a due punti per galassie, cluster ecc. a distanze spaziali d dell'ordine di $k = 2\pi/d$, un altro modo di studiare: i) i valori iniziali delle disomogeneità prodotte durante l'epoca iniziale dell'inflazione, e ii) la dinamica di queste perturbazioni casuali sotto l'effetto della gravità. La definizione di $P(k)$ è richiamata nel riquadro II C_l e lo spettro di potenza $P(k)$, e il suo comportamento in funzione di k , espressa in Mpc^{-1} , è mostrata dalla linea continua nella Figura 6. Questo comportamento è ancora consistente con la nostra comprensione attuale su come le strutture si formano nell'universo. Minuscole fluttuazioni sono state amplificate da instabilità gravitazionali in presenza di particelle sufficientemente pesanti (la materia oscura), che attivano il collasso.

Il ruolo dei neutrini è legato alla loro massa anche in questo caso. Se fossero privi di massa, avrebbero soppresso la crescita delle strutture indipendentemente dalla scala $1/k$ alla quale noi li osserviamo. Tuttavia, se la loro massa non è trascurabile, c'è una scala peculiare $1/k_{NR}$ che distingue due regimi differenti. Ho già menzionato che si possono sviluppare strutture per mezzo dell'instabilità gravitazionale su scale che sono inferiori all'orizzonte delle particelle. Questo significa che le strutture a piccola scala si sviluppano prima di quelle a grande scala, semplicemente perché l'orizzonte delle particelle cresce con il tempo, poiché è la distanza che ha percorso il fotone. Nelle prime epoche i neutrini sono relativistici, e il loro ruolo è quello di smorzare parzialmente la formazione delle strutture. Hanno una grande velocità, quella della luce, e sono liberi di muoversi nell'universo rendendo omogeneo il potenziale gravitazionale. Tutte le scale che sono abbastanza piccole, in particolare più piccole dell'orizzonte delle particelle in questa epoca, soffrono di questo effetto e crescono meno di quanto accadrebbe se i neutrini non fossero presenti nell'universo. D'altra parte, le disomogeneità a grande scala, che iniziano a col-

Il C_l e lo spettro di potenza $P(k)$

L'osservabile principale della mappa della CMB è la funzione di correlazione temperatura-temperatura

$$\overline{\delta T(\theta, \phi) \delta T(\theta', \phi')}$$

(si veda il testo per la definizione), dove la media è fatta sulla probabilità di distribuzione della variabile stocastica $T(\theta, \phi)$. Mediare significa che se avessimo molti universi a nostra disposizione potremmo fare molti esperimenti e dedurre le proprietà di $T(\theta, \phi)$. Questo è impossibile. Tuttavia, se consideriamo correlazioni a piccole scale angolari, possiamo mediare su molti settori del cielo che evolvono abbastanza indipendentemente. L'universo non è omogeneo sulle piccole scale, ma è isotropo. In questo modo la funzione di correlazione può dipendere solo dall'angolo relativo tra i punti di osservazione ϑ . Il suo valore per un certo ϑ è inserito nel parametro C_l

$$C_l \sim \overline{\delta T \delta T}(\vartheta) \Big|_{\vartheta=\pi/l}$$

In una formulazione matematica più formale, i C_l sono le trasformate di Legendre della funzione di correlazione a due punti.

Un approccio simile può essere utilizzato per definire la funzione di correlazione galassia-galassia (cluster-cluster, ecc.). In questo caso, diversamente dalla CMB, che viene da una sfera ad una data distanza da noi, l'ultima superficie di diffusione, le galassie sono distribuite nello spazio a tre dimensioni. Se $\overline{\delta(\mathbf{x})\delta(\mathbf{x}')}$ è la funzione di correlazione della densità di materia (si veda il testo), essa può dipendere solo dal modulo $|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|$ (isotropia). La sua *trasformata di Fourier*, lo spettro di potenza, è analogo a quello di C_l per le fluttuazioni di temperatura della CMB

$$k^3 P_k \sim \overline{\delta \delta}(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|) \Big|_{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|=2\pi/k}$$

lassare dopo che il neutrino diventò non relativistico, non sono influenzate dal loro scorrere liberamente. In aggiunta a questo, anche i neutrini cominciano a sentire i pozzi di potenziale gravitazionale, poiché la loro velocità può essere più piccola della velocità di fuga da, diciamo, un cluster di galassie in formazione, e cominciano anch'essi a collassare. Questo causa un ulteriore incremento nella formazione delle strutture. Da analisi delle galassie, quali il Sloan Digital Sky Survey [10], possiamo quindi inferire un limite superiore della massa del neutrino. Come per il caso della CMB, quello che possiamo misurare è la scala della massa del neutrino, più precisamente la somma delle masse delle specie dei neutrini. Il limite è dello stesso ordine di grandezza di quello suggerito dalla CMB: una frazione di eV.

Conclusioni

La cosmologia dei neutrini è più di quello che ho descritto in questo breve articolo. È un campo di ricerca molto attivo, il cui scopo, come ho cercato di illustrare, è quello di vincolare le proprietà dei neutrini usando la cosmologia. Alcuni aspetti sono stati discussi qui. Molti altri, come le asimmetrie neutrino-antineutrino, le interazioni esotiche dei neutrini, le proprietà elettromagnetiche dei neutrini, il loro ruolo nel produrre un'asimmetria barione-antibarione, meriterebbero un altro articolo. Occasionalmente, la cosmologia fornisce indizi prima delle misure di laboratorio, come nel caso del numero di neutrini attivi (N_{eff}), che fu già trovato essere tre dalla BBN, prima della evidenza diretta agli esperimenti di LEP.

Forse, la prospettiva di una rivelazione dei neutrini fossili, un'altra eco del Big Bang, è al momento solo un sogno, sognato da molti fisici teorici e sperimentali. Usando le parole di Pauli,

pensando a loro

... è una cosa terribile ..., qualcosa che nessun fisico teorico dovrebbe mai fare, ... qualcosa che non può essere verificata sperimentalmente ...

Se Pauli si era sbagliato sulla rivelazione dei neutrini, possiamo sperare che anche i neutrini che riempiono l'universo possano essere, forse fortunatamente, scoperti in un futuro non troppo lontano.



- [1] F. HOYLE: "Concluding Remarks", *Proceedings of the Royal Society A* **301** (1967) 171.
- [2] <https://www.katrin.kit.edu>
- [3] G. CO': "Neutrinos and weak interaction", *Ithaca* **VI** (2016) 7.
- [4] E. LISI: "Neutrinos: messengers of new physics", *Ithaca* **VI** (2016) 117.
- [5] D. MONTANINO: "Neutrino oscillations", *Ithaca* **VI** (2016) 19.
- [6] E. MAJORANA: "Teoria simmetrica dell'elettrone e del positrone", *Il Nuovo Cimento* **14** (1937) 171.
- [7] F. VISSANI: "Maoirana's conundrum", *Ithaca* **VI** (2016) 47.
- [8] P. BERNARDINI: "The frontier of sterile neutrinos", *Ithaca* **VI** (2016) 109.
- [9] <http://www.cosmos.esa.int/web/planck>
- [10] <http://www.sdss.org>



Gianpiero Mangano: è ricercatore in fisica teorica dell'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, Sezione di Napoli, Italia. Il suoi principali interessi scientifici sono la fisica dei neutrini, cosmologia e idee bizzarre circa la natura dello spazio-tempo a piccole distanze. È co-autore del libro *Neutrino Cosmology* (Cambridge University Press, 2013), un divertissement a quattro mani scritto con Julien Lesgourgues, Gennaro Miele and Sergio Pastor.

