IL METODO DI FISHER E LANGE PER LA STIMA DELLA RISERVA SINISTRI

Nicolino Ettore D'Ortona[1]

[1] Università degli Studi del Sannio – Dipartimento Persone, Mercato e Istituzioni (Pe.Me.Is.)
(e-mail: dortona@unisannio.it)

ABSTRACT: La variabilità dei risarcimenti, dovuta al differimento dell'epoca di liquidazione dei sinistri, rappresenta una componente di rischio non trascurabile nei modelli di teoria del rischio; origina scostamenti tra i pagamenti futuri per risarcimenti che impegnano in un dato momento l'impresa e gli importi a riserva ad essi relativi. Se le riserve sinistri sono valutate con metodi sintetici, l'entità dell'errore di run-off dipende dal metodo statistico usato per la stima. Per misurare il rischio di run-off, sono stati proposti numerosi approcci; fra di essi quelli basati sulla simulazione stocastica risultano particolarmente efficaci quando non è possibile studiare per via analitica le proprietà degli stimatori.

La nota esamina, in primo luogo, l'ampiezza dell'errore di run-off con riferimento ad un particolare metodo statistico di stima della riserva sinistri basato sulle matrici di sviluppo del numero e degli importi dei sinistri liquidati (il metodo Fisher-Lange). Inoltre, sotto particolari ipotesi che riguardano il processo di risarcimento dei sinistri viene realizzata una valutazione dell'errore quadratico medio della stima delle riserve sinistri, sia per le singole generazioni di sinistro che per il complesso delle generazioni, utilizzabile per la costruzione di stimatori intervallari del fabbisogno effettivo di riserva. I risultati numerici consentono di evidenziare il grado di dipendenza del rischio di sottostima e i parametri che caratterizzano la distribuzione dei risarcimenti dei sinistri a riserva. Sotto il profilo tecnico, si mostra come sia possibile controllare tale rischio attraverso accantonamenti aggiuntivi di riserva adeguatamente determinati.

KEYWORDS: Riserva sinistri, Metodo Fisher-Lange, Errori di run-off, Simulazione stocastica.

1 La riserva sinistri

Nell'ambito dell'iter valutativo della riserva sinistri, la Circolare ISVAP n. 360/D del 1999 introduce, con il riferimento agli "oneri prevedibili" ed ai "dati storici e prospettici affidabili", la necessità di un'impostazione di natura statistico-attuariale con particolare riferimento ai rami caratterizzati da un più lungo processo liquidativo, come ad esempio i rami di responsabilità civile.

Ricordiamo brevemente che il risarcimento aleatorio che riguarda gli anni di generazione dei sinistri fa riferimento ad un danno globale somma di un numero aleatorio di danni, oggetto ciascuno di singolo risarcimento aleatorio. Inoltre, poiché il risarcimento richiesto da ciascun sinistro è sovente liquidato in due o più pagamenti, effettuati nello stesso anno di accadimento del sinistro o in anni successivi, il costo sinistri aggregato per ogni generazione può essere rappresentato mediante la variabile

$$\tilde{X}(i) = \sum_{j=0}^{t} \tilde{X}(i, j) \text{, i = 0, 1, …, t,}$$

essendo $\tilde{X}(i, j)$ l'importo dei risarcimenti per sinistri accaduti nell'anno *i*-esimo ed effettuati con *j* anni di differimento, mentre t esprime sia l'epoca di osservazione del portafoglio dell'impresa sia la durata massima di differimento del risarcimento definitivo di un sinistro.

All'epoca di osservazione le informazioni registrate dalla compagnia riguardano gli importi $\{X(i, j): i = 0,1,...,t;\ j = 0,1,...,t-i\}$, mentre occorre una previsione degli importi futuri $\{\tilde{X}(i, j): i = 1,2,...,t;\ j = t-i+1,...,t\}$. Il valore aleatorio delle liquidazioni future relative ai sinistri ancora aperti (e IBNR) delle singole generazioni (riserva sinistri di generazione), risulta

$$\tilde{R}(i) = \sum_{j=t-i+1}^{t} \tilde{X}(i, j) \text{, i = 1, 2, …, t}$$

e per il complesso delle generazioni, la riserva sinistri totale risulta: $\tilde{R} = \sum_{i=1}^{t} \tilde{R}(i)$.

2 Il metodo Fisher-Lange

I metodi statistici di valutazione della riserva sinistri consistono nella formulazione di una previsione del valore del fabbisogno di riserva necessario, sulla base dell'analisi proiettiva dei dati ottenuta attraverso l'esame di serie storiche rilevate nel passato.

Tra i numerosi procedimenti sintetici per la valutazione della riserva sinistri proposti in letteratura, in questo lavoro si considera un metodo (diffusamente utilizzato nella pratica professionale e dall'Autorità di Vigilanza del settore assicurativo) basato sul numero e sugli importi dei sinistri liquidati, la cui struttura di base è ricavabile da un lavoro di Fisher e Lange del 1973. Il metodo è stato successivamente ripreso e descritto da Sawkins (1979). La sua caratteristica principale è quella di includere nel modello di valutazione la considerazione, sul processo di run-off, degli effetti della politica di liquidazione dell'assicuratore rispetto ai sinistri a riserva. Quindi, se un elevato volume di risarcimenti è conseguenza di un incremento della velocità di liquidazione dei sinistri, il metodo consente di cogliere tale relazione. Evidentemente, in molti casi una variazione nel numero dei sinistri liquidati può avere effetti sul volume complessivo dei pagamenti. In questi casi il numero dei sinistri liquidati deve figurare tra le variabili esplicative del modello. La difficoltà, comunque, risiede nella identificazione della relazione tra numero dei sinistri liquidati e volume dei risarcimenti per sinistri a riserva.

Una versione operativa del metodo Fisher-Lange si basa sull'analisi dei costi medi dei sinistri pagati delle precedenti generazioni e della loro relativa velocità di liquidazione. Diamo di seguito una sintetica rappresentazione dei contenuti e di una delle modalità con cui il metodo è stato applicato nell'analisi.[1]

Le ipotesi fondamentali che si assumono sono: 1) la velocità di liquidazione dei sinistri è costante nel tempo; 2) i costi medi dei sinistri pagati sono funzione del periodo intercorrente tra la data di accadimento e l'epoca di effettivo pagamento (anzianità di liquidazione). Quindi, a partire dal triangolo di run-off del numero sinistri liquidati $\{n(i,j): i=0,1,\ldots,t;\ j=0,1,\ldots,t-i\}$ si calcolano i tassi di liquidazione per anno di sviluppo:

$$v_j = \frac{1}{t-j+1}\sum_{i=0}^{t-j}\frac{n_{i,j}}{n^{(a)}_{i,j-1}}, \text{ j = 1, 2, …,t-1}$$

con cui si stimano progressivamente il numero sinistri risarciti $\hat{n}_{i,j} = \hat{n}^{(a)}_{i,j-1} v_j$, j = 1,…,t; i = t–j+1, …, t, e il numero sinistri ancora aperti: $\hat{n}^{(a)}_{i,j} = \hat{n}^{(a)}_{i,j-1} - \hat{n}_{i,j}$, j = 1,…,t; i = t–j+1, …, t.

Si considera poi il triangolo di run-off del costo medio del pagato $\{\overline{X}(i,j): i=0,1,\ldots,t;\ j=0,1,\ldots,t-i\}$ da cui si ricavano le stime dei costi medi futuri, $\left\{\hat{\overline{X}}(i,j): i=1,2,\ldots,t;\ j=t-i+1,\ldots,t\right\}$, mediante regressione log-lineare dei costi medi relativi ad ogni anno di sviluppo. Successivamente, moltiplicando i costi medi proiettati per il numero dei sinistri corrispondenti che si prevede di liquidare, si ottengono le stime degli importi complessivi dei sinistri ancora da liquidare. La somma di tutti questi importi futuri rappresenta una stima della riserva sinistri complessiva:

$$\hat{R} = \sum_{i=1}^{t}\hat{R}(i) = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=t-i+1}^{t}\hat{n}_{i,j}\,\hat{\overline{X}}(i,j).$$

3 La simulazione del processo di liquidazione dei sinistri

Le differenze tra i pagamenti futuri per risarcimento che impegnano in un dato momento l'impresa e gli importi a riserva ad essi relativi, determinati in applicazione di un prescelto stimatore della riserva, formano l'errore di run-off che, per le singole generazioni si può rappresentare con la

$$\tilde{e}(i) = \hat{R}(i) - \tilde{R}(i) = \sum_{j=t-i+1}^{t}\left[\hat{X}(i,j) - \tilde{X}(i,j)\right], \text{ i = 1, ..., t.}$$

[1] Nella nota si esaminano alcune varianti del metodo presentato in questa sintesi che consentono di superare i liniti dell'impostazione originale.

In pratica, l'errore di run-off può essere misurato solo al completamento del processo di risarcimento dei sinistri. In questa nota si è proceduto a quantificare l'errore di run-off, simulando il processo di risarcimento fino ad ottenere tutti i termini della sommatoria che figurano nella formula di $\tilde{e}(i)$, i = 1, 2, ..., t.

I metodi di simulazione utilizzati sono quelli descritti in una precedente nota (D'Ortona, 2004a), con alcune varianti studiate per valutare meglio l'efficienza del metodo Fisher-Lange rispetto ad alcuni profili tipici del run-off dei sinistri a riserva che caratterizzano i portafogli delle imprese di assicurazione.

4 Conclusioni

La sperimentazione numerica ha consentito di simulare le "situazioni operative" nelle quali il metodo Fisher-Lange fornisce un buon stimatore della riserva sinistri, nonché di evidenziare i profili simulati di run-off nelle quali lo stimatore di Fisher-Lange non beneficia di un adeguato livello di correlazione con le riserve da stimare.

Bibliografia

BUHLMANN, H., STRAUB, E., SCHNIEPER, R., *Claims reserves in casualty insurance based on a probabilistic model*. Mitteilungen Vereinidung Schweizerischer Versicherungsmathematiker, **80**, 1.

D'ORTONA, N.E., 2004a. *Gli errori di run-off nei procedimenti di stima delle riserve sinistri*. Atti del X Convegno di Teoria del Rischio, Univ. del Molise.

D'ORTONA, N.E., 2004b. *Sul rischio di sottostima della riserva sinistri*. Atti del VI Congresso Nazionale di Scienza e Tecnica delle Assicurazioni, Bologna.

MACK, T., 1994. *Measuring the variability of Chain Ladder reserve estimates*, Casualty Actuarial Society Forum.

PENTIKAINEN T., RANTALA J., 1992. A simulation procedure for comparing different claims reserving methods, *AstinBulletin*, **22**.

STANARD, J.N., 1986, *A simulation test of prediction errors of loss reserve estimation techniques*, Proceedings of the Casualty Actuarial Society, **72**.

BARNETT, G., ZEHNWIRTH, B., 1999. *Best estimates for reserves*, C.A.S. Forum.